

TESIS CARRERA DE MAESTRÍA EN INGENIERÍA

**SIMULACIONES DE ALTA RESOLUCIÓN DE  
TURBULENCIA NO ESTACIONARIA**

**Ing. Santiago Luciano Zúñiga**  
Maestrando

**Dr. Mariano I. Cantero**  
Director

**Miembros del Jurado**  
Dr. Enzo Dari (Instituto Balseiro)  
Dr. Claudio Padra (Instituto Balseiro)  
Dra. Gabriela Puente (INVAP)

Diciembre de 2018

Departamento de Mecánica Computacional  
Gerencia de Investigación Aplicada  
Centro Atómico Bariloche

Instituto Balseiro  
Universidad Nacional de Cuyo  
Comisión Nacional de Energía Atómica  
Argentina

*A mi madre y abuelo.*

# Índice de contenidos

Bibliografía	ii
Índice de contenidos	ii
Índice de figuras	iv
Índice de tablas	viii
Resumen	ix
Abstract	x
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Flujo combinado . . . . .	1
1.2. Antecedentes . . . . .	3
1.3. Resumen del trabajo realizado . . . . .	7
<b>2. Modelo matemático y numérico</b>	<b>8</b>
2.1. Ecuaciones de conservación . . . . .	8
2.2. Descripción de la turbulencia . . . . .	9
2.3. Flujo estacionario y completamente desarrollado en un canal . . . . .	12
2.4. Flujo oscilatorio en un canal . . . . .	16
2.5. Flujo combinado en un canal . . . . .	18

---

2.6. Modelo computacional y promediado de datos . . . . .	22
2.6.1. Descomposición de datos . . . . .	24
<b>3. Resultados</b>	<b>27</b>
3.1. Validación de la metodología y código de cálculo . . . . .	28
3.2. Resultados . . . . .	31
3.2.1. Velocidades . . . . .	31
3.2.2. Esfuerzos de corte. . . . .	40
3.2.3. Balance de energía cinética turbulenta. . . . .	47
<b>4. Conclusiones</b>	<b>67</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>70</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>73</b>



# Índice de figuras

1.1. Esquema de la disposición típica de la dirección de la corriente y las olas en ambientes costeros. . . . .	2
1.2. Posibles formas del fondo marítimo, producto del flujo oscilatorio, de [1]. En (A) crestas bidimensionales paralelas entre si, en (B) crestas con una componente tridimensional pero mayormente paralelas, y crestas totalmente tridimensionales en (C). . . . .	2
1.3. Evolución temporal de la presión sanguínea, caso típico. . . . .	2
1.4. Turbulencia no estacionaria durante el aterrizaje de un avión. . . . .	3
1.5. Vorticidad producida detrás de la hélice de un barco, de [2]. . . . .	3
1.6. Flujo alrededor de los elementos combustibles de un reactor nuclear, de [3]. . . . .	4
1.7. Antecedentes bibliográficos en flujo combinado, el tamaño de los símbolos es proporcional a $Re_*$ . Se marca además la dirección de $\alpha$ creciente. . . . .	6
2.1. Descomposición de Reynolds de un flujo turbulento . . . . .	10
2.2. Esquema del dominio para flujo en un canal. . . . .	13
2.3. Representación esquemática de los perfiles del corte en una pared. . . . .	14
2.4. Esquema de las distintas capas y regiones dentro del flujo turbulento sobre una superficie plana. . . . .	15
2.5. Esquema del balance de energía cinética turbulenta para el flujo en un canal completamente desarrollado, adimensionalizado mediante escalas viscosas. . . . .	16
2.6. Dominio computacional empleado . . . . .	22

3.1. Validación de los resultados obtenidos para la velocidad media por fase, $\bar{u}/u_{* \text{máx}}$ .	29
3.2. Validación de los resultados obtenidos para las tensiones de Reynolds medias por fase $-\overline{u'w'}/u_{* \text{máx}}$ .	29
3.4. Speedup en función del número de procesos en paralelo empleados.	31
3.6. Perfiles de velocidad promediados en fase ( $\bar{u}/u_{* \text{máx}}$ ). Las fases seleccionadas corresponden al hemicycle comprendido entre $\omega t = 270^\circ$ y $90^\circ$ . En línea punteada la ley de pared ( $z^+ < 10$ ) y la ley logarítmica para ( $z^+ > 10$ ). Ver texto para líneas A, B, C y D.	34
3.7. Perfiles de las tensiones de Reynolds $-\overline{u'w'}/\bar{u}_{* \text{máx}}^2$ para $\alpha = 0.005, 0.05$ y $0.2$ .	36
3.8. Promedio temporal de la velocidad media (componente DC) en escalas de pared, junto a la ley de pared y ley logarítmica.	38
3.9. Amplitud de la velocidad media (componente AC) adimensionalizada con su valor en la línea media.	38
3.10. Velocidad media para fases cada $45^\circ$ , adimensionalizada con la velocidad de fricción correspondiente a dicha fase, para $\alpha = 0.2$ .	38
3.11. Velocidad media para fases cada $45^\circ$ , adimensionalizada con la velocidad de fricción correspondiente a dicha fase, para $\alpha = 0.1$ .	39
3.12. Gráficos espacio-tiempo de curvas de nivel para la velocidad media adimensional ( $\bar{u}/u_{* \text{máx}}$ ).	41
3.13. Gráficos espacio-tiempo de curvas de nivel para la velocidad media adimensional ( $\bar{u}/\bar{u}_*$ ).	42
3.14. Evolución de la tensión de corte en la pared adimensionalizado con el valor teórico laminar $\tau_s = \rho(A_u)^2/\sqrt{Re_w}$ a lo largo del ciclo para todos los valores de $\alpha$ .	43
3.15. Fracción de las tensiones de Reynolds $\overline{u'w'}$ contenidas en frecuencias mayores a la fundamental.	44
3.16. Integral para toda la altura del canal de la fracción de las tensiones de Reynolds contenidas en frecuencias mayores a la fundamental.	44
3.17. Componente AC del corte en la pared: amplitud y retraso.	45

3.18. Gráficos espacio-tiempo de curvas de nivel para la tensión de corte viscosa y total. . . . .	46
3.19. Gráficos espacio-tiempo de las curvas de nivel de la energía cinética turbulenta (TKE) promediada por fase ( $k/u_{*,\text{máx}}^2$ ). . . . .	50
3.20. Gráficos espacio-tiempo de las curvas de nivel de la energía cinética turbulenta (TKE) promediada por fase ( $k/\bar{u}_*^2$ ). . . . .	51
3.21. Evolución temporal de (a) el máximo de la energía cinética turbulenta $\text{máx}(k/u_{*,\text{máx}}^2)$ y de (b) la integral de la energía cinética turbulenta en toda la altura del canal $\int_0^h (k/u_{*,\text{máx}}^2) dz$ . . . . .	52
3.22. Esquema comparativo entre un canal con perfiles simétricos y asimétricos de velocidad media, dando lugar a una zona de producción de TKE negativa. . . . .	54
3.23. Gráficos espacio-tiempo de las curvas de nivel de la producción de la energía cinética $\nu/u_{*,\text{máx}}^4 \mathcal{P}$ . . . . .	55
3.24. Gráficos espacio-tiempo de las curvas de nivel de la producción de la energía cinética $\nu/\bar{u}_*^4 \mathcal{P}$ . . . . .	56
3.25. Gráficos espacio-tiempo de las curvas de nivel de la disipación viscosa $-\nu/u_{*,\text{máx}}^4 \varepsilon$ . . . . .	57
3.26. Gráficos espacio-tiempo de las curvas de nivel de la disipación viscosa $-\nu/\bar{u}_*^4 \varepsilon$ . . . . .	58
3.27. Gráficos espacio-tiempo de las curvas de nivel del total de transporte de energía cinética turbulenta $\nu/u_{*,\text{máx}}^4 \nabla T'$ . . . . .	59
3.28. Gráficos espacio-tiempo de las curvas de nivel del total de transporte de energía cinética turbulenta $\nu/\bar{u}_*^4 \nabla T'$ . . . . .	60
3.29. Perfiles adimensionales de los términos balance de energía cinética turbulenta para la fase $\omega t = 90^\circ$ , para la zona cercana a la pared del canal. . . . .	63
3.30. Perfiles adimensionales de los términos balance de energía cinética turbulenta para la fase $\omega t = 0^\circ$ , para la zona cercana a la pared del canal. . . . .	64
3.31. Perfiles adimensionales de los términos balance de energía cinética turbulenta para la fase $\omega t = 0^\circ$ , para toda la altura del canal. . . . .	64

---

3.32. Perfiles adimensionales de los términos balance de energía cinética turbulenta para la fase $\omega t = 270^\circ$ , para la zona cercana a la pared del canal. . . . .	64
3.33. Perfiles adimensionales de los términos balance de energía cinética turbulenta para la fase $\omega t = 270^\circ$ , para toda la altura del canal. . . . .	65
3.34. Perfiles de velocidad para distintas fases dentro del canal. . . . .	65
3.35. Evolución de los términos adimensionales del balance de energía cinética turbulenta para todo el ciclo, a distintas alturas del canal. . . . .	66

# Índice de tablas

1.1. Antecedentes bibliográficos. Los valores se obtuvieron a partir las descripciones dadas en las respectivas publicaciones. . . . .	6
3.1. Parámetros principales de las simulaciones realizadas. . . . .	28

# Resumen

El flujo combinado consiste de un flujo oscilatorio superpuesto sobre una corriente constante. En este trabajo se estudia flujo combinado en la cercanía de una pared rígida mediante simulación numérica directa (DNS, por *Direct Numerical Simulation*) de las ecuaciones de Navier-Stokes. Este tipo de flujos se presenta, por ejemplo, en ambientes costeros donde corrientes marinas se superponen a las olas, flujo de sangre, álabes de turbomáquinas, o flujo cruzado entre subcanales de elementos combustibles nucleares. Las simulaciones se realizaron para un número de Reynolds basado en la frecuencia y amplitud de oscilación de  $4.95E5$  en régimen de transición turbulento y la relación entre la magnitud del gradiente de presión constante y oscilatorio que fuerza el fluido se varió entre valores de 0.005 y 0.2. Estos parámetros corresponden al régimen dominado por las oscilaciones, con frecuencias bajas. El trabajo se focaliza en el análisis de las velocidades medias, las tensiones de corte totales, la energía cinética turbulenta y las componentes de la ecuación de balance de la misma. Los resultados obtenidos demuestran que para el caso con mayor componente de correntada el comportamiento corresponde a un flujo cuasiestacionario cuyas propiedades no dependen del avance temporal si se utiliza la escala correspondiente para cada momento de tiempo. Por su parte para los casos dominados por la oscilación se muestra que, para las amplitud seleccionadas, el comportamiento es similar al correspondiente a una oscilación pura con diferencias menores. En los casos de transición el comportamiento se asemeja al estacionario para fases lejos de los mínimos del corte en la pared.

**Palabras clave:** FLUJO COMBINADO, TURBULENCIA NO ESTACIONARIA, FLUJO TURBULENTO OSCILATORIO, FLUJO EN UN CANAL, SIMULACIÓN NUMÉRICA DIRECTA, ENERGÍA CINÉTICA TURBULENTE, FLUJO DE CORTE.

# Abstract

Combined flow is the superposition of a oscillatory flow and a stationary current. In the present work the turbulent boundary combined flow is studied, using direct numerical simulations (DNS) of the Navier-Stokes equations. These type of flows are relevant in coastal regions where waves are in the presence of maritime currents, blood flow, turbomachines blades or crossflow between subchannels of nuclear fuel elements. Simulations were performed using a wave Reynolds number, based on the amplitude and frequency of oscillation, of  $4.95E5$  in the transition to fully turbulent regime. The ratio between the current pressure gradient and the amplitude of oscillatory gradient used in the simulations spans between 0.005 and 0.2 corresponding to the low frequency wave-dominated regime. The present work is focused on the study of mean velocities, total shear stress, turbulent kinetic energy (TKE) and the TKE budget. It is found that for the case with the greatest current component the flow behaviour follows a quasistationary regime, for which properties do not show a temporal dependence as long as the correct instantaneous scales are used. For the wave dominated cases it is shown that the flow behaviour follows closely the wave case with minor differences. For transitional cases and for phases away from the minimum shear stress the flow behaviour follows the current dominated one.

**Keywords:** COMBINED FLOW, UNSTEADY TURBULENCE, TURBULENT OSCILLATORY FLOW, CHANNEL FLOW, DIRECT NUMERICAL SIMULATION, TURBULENT KINETIC ENERGY, SHEAR FLOW.

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1. Flujo combinado

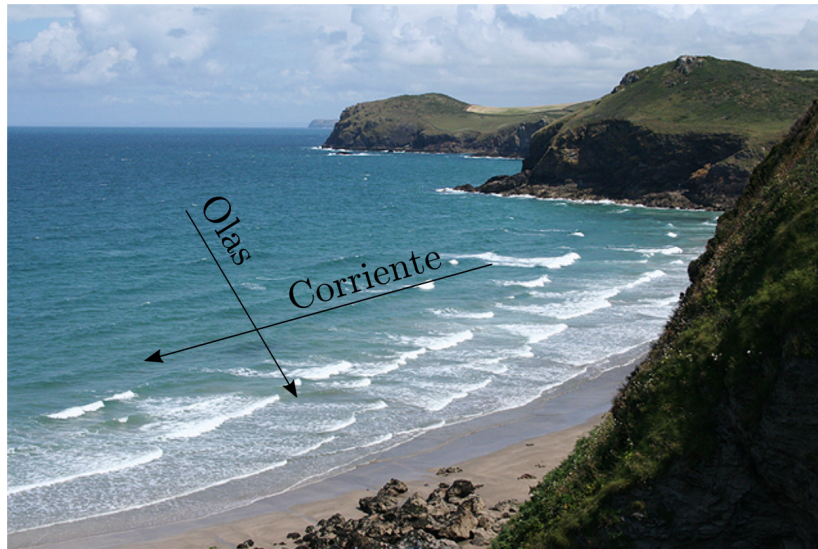
El flujo combinado corresponde a la superposición de un flujo estacionario y otro variable en el tiempo, por ejemplo, el flujo estacionario en un canal superpuesto a un flujo oscilatorio. Este tipo de flujo corresponde a un flujo turbulento no estacionario, donde las variables medias principales del mismo (velocidad, presión, etc) varían en el tiempo.

Este tipo de flujos se presentan en multitud de situaciones, tanto en la naturaleza como en casos de interés de ingeniería. En la naturaleza el principal ejemplo es el flujo marítimo cerca de las costas [1, 4], producto de las corrientes costeras cerca del fondo y las olas marítimas en la superficie [Figura 1.1](#). Dada la importancia de las formas del fondo en la dinámica del lecho marino [Figura 1.2](#) ha sido de gran interés estudiar el transporte de sedimentos debido al flujo combinado. Los estudios en esta rama han sido principalmente experimentales y han tenido su foco en el transporte de sedimentos, por lo que el comportamiento de propiedades tales como la energía cinética turbulenta o los perfiles de velocidad media no han sido estudiados en detalle.

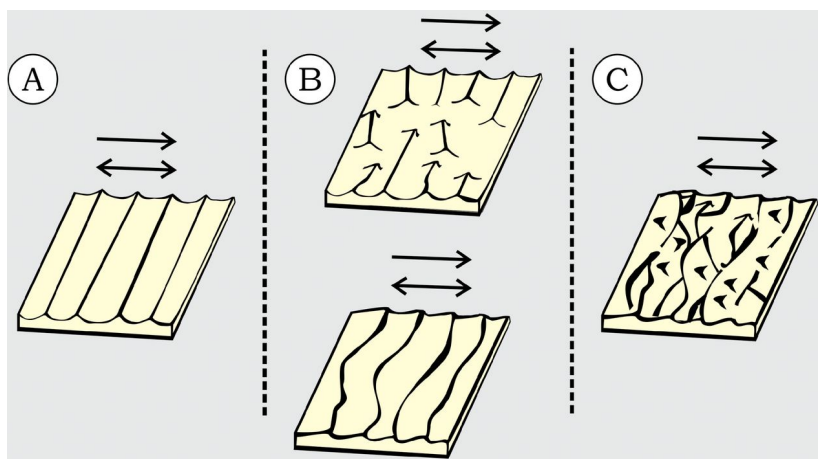
Otro caso de interés en la naturaleza es el flujo sanguíneo. La sangre es transportada por los vasos sanguíneos producto del gradiente de presión oscilatorio impuesto por el corazón. Este gradiente oscila alrededor de un valor medio, entre un mínimo (presión diástolica) y máximo (presión sistólica), ver [Figura 1.3](#).

Los casos de interés en ingeniería donde se presenta turbulencia no estacionaria son muchos y muy variados. Por ejemplo, el desprendimiento de vórtices de von Karmán detrás del borde de fuga de un avión para los ángulos de ataque elevado presentes durante el despegue y aterrizaje, produciendo un gradiente de presión oscilatorio sobre

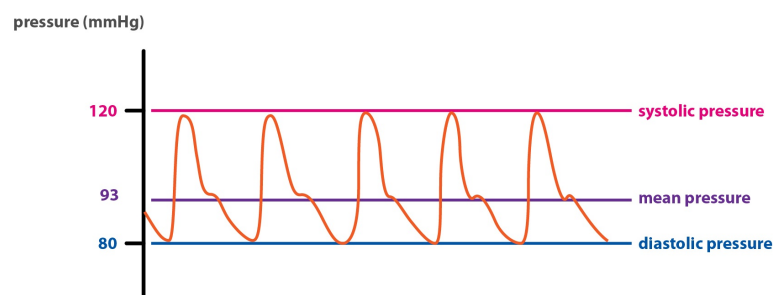




**Figura 1.1:** Esquema de la disposición típica de la dirección de la corriente y las olas en ambientes costeros.



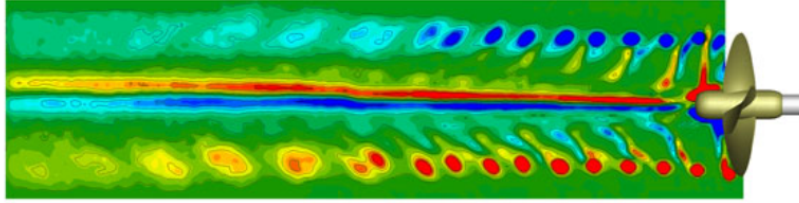
**Figura 1.2:** Posibles formas del fondo marítimo, producto del flujo oscilatorio, de [1]. En (A) crestas bidimensionales paralelas entre si, en (B) crestas con una componente tridimensional pero mayormente paralelas, y crestas totalmente tridimensionales en (C).



**Figura 1.3:** Evolución temporal de la presión sanguínea, caso típico.



**Figura 1.4:** Turbulencia no estacionaria durante el aterrizaje de un avión.



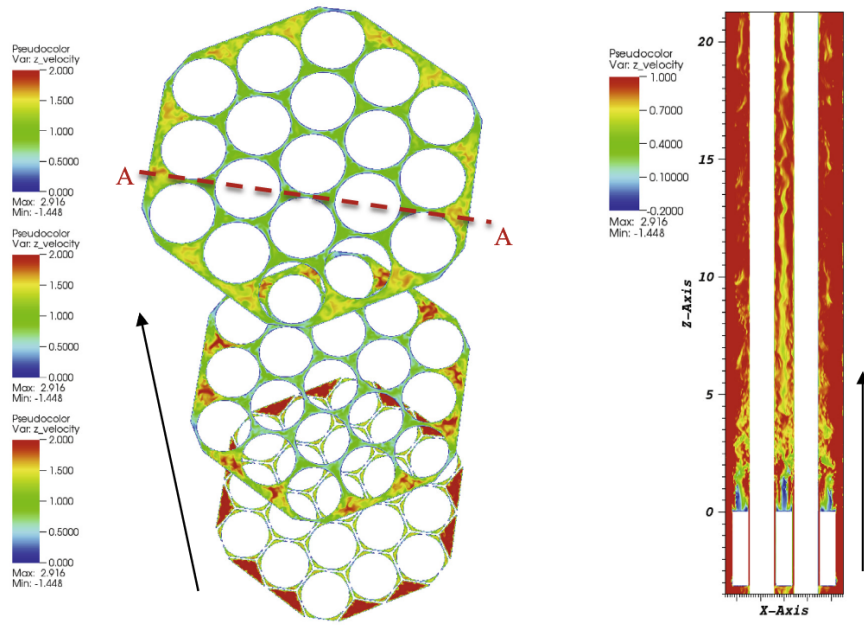
**Figura 1.5:** Vorticidad producida detrás de la hélice de un barco, de [2].

el mismo, [Figura 1.4](#). Otro caso de interés es detrás de la hélice de un barco, donde los vórtices generados por la misma causan un efecto similar [\[2\]](#), [Figura 1.5](#). También se presenta este tipo de flujos alrededor de los elementos combustibles en el núcleo de un reactor nuclear. Debido a la esbeltez de los elementos éstos pueden vibrar al fluir el refrigerante/moderador en dirección vertical, generando flujos turbulentos no estacionarios combinados, [\[3\]](#), [Figura 1.6](#).

En este trabajo se estudia flujo combinado en un canal con el objetivo de estudiar en detalle la turbulencia de flujo combinado.

## 1.2. Antecedentes

El mayor interés en estudios previos sobre flujo oscilatorio y combinado ha sido para casos en que la parte variable en el tiempo responde a una perturbación sinusoidal. El caso laminar es bien conocido (ver por ejemplo [\[5\]](#)) y responde a la solución de los problemas de Stokes, presentando una capa límite oscilatoria caracterizada por el espesor  $\delta_s = \sqrt{2\nu/\omega}$ , siendo  $\nu$  la viscosidad cinemática del fluido y  $\omega = 2\pi/T$  la frecuencia de oscilación, con  $T$  el periodo. Para flujos turbulentos este parámetro es inapropiado ([\[6\]](#)), por lo que [\[7\]](#) introduce el valor de la frecuencia en unidades de pared,  $\omega^+ = \omega\nu/u_*^2 \equiv 2/\delta_s^{+2}$ , con  $u_*$  la velocidad de fricción media del flujo y



**Figura 1.6:** Flujo alrededor de los elementos combustibles de un reactor nuclear, de [3].

utilizando  $\delta_s^+$  como distancia característica. La frecuencia  $\omega^+$  es ampliamente utilizada en la literatura posterior sobre el tema, pudiendo usualmente diferenciar regímenes claramente distintos en el comportamiento del flujo según su valor ([8–10]).

Los principales antecedentes en el tema se resumen en la Tabla 1.1 y la Figura 1.7. Se introduce la relación entre la velocidad oscilatoria y media en el centro del canal,  $a_{uc} \equiv u_{osc}/u_{corr}$ . Los casos en que  $a_{uc} > 1$ , es decir, cuando los flujos son dominados por la oscilación, solo han sido estudiados en detalle por [11], [12], y de manera más general por [13]. Sin embargo, estos estudios han sido en el rango de las altas frecuencias, por lo que queda por caracterizar el comportamiento para frecuencias bajas y cercanas al régimen cuasiestático con  $a_{uc} > 1$ . Además, todos los estudios, exceptuando [13], se han realizado para casos en que el valor de  $Re_\omega = \omega A/\nu$ , con  $A$  siendo la amplitud de la excursión de velocidad en el centro del canal, no es suficiente para alcanzar el régimen turbulento ( $Re_\omega < 1.6 \times 10^5$ , de [11]), de modo que la turbulencia es generada únicamente por la componente de flujo medio y la modulación en amplitud sigue la solución laminar de Stokes. En orden cronológico los principales trabajos en el tema han sido los siguientes:

Mao y Hanratty (1994) [14]: relaciona el flujo combinado con el flujo sobre una superficie ondulada. Muestran que la oscilación no afecta las propiedades promediadas del flujo, especialmente el corte en la pared y la intensidad de la turbulencia. Para frecuencias altas el flujo puede describirse adecuadamente con la solución laminar. Sin embargo, para las frecuencias más altas estudiadas encuentran que la amplitud del corte en la pared y su desfase respecto a la velocidad central son menores que para

los casos laminares. A frecuencias altas la turbulencia se ve afectada por las oscilaciones principalmente en la subcapa viscosa, sin afectar las propiedades medias.

Tardu *et al.* (1994) [7]: encuentran que las propiedades medias, con la excepción de la intensidad de la turbulencia en la región interna del flujo, no se ven afectadas por la oscilación incluso cuando existe inversión del flujo cerca de la pared. Solo cuando  $\delta_s^+ < 10$  la modulación de la velocidad y el corte se ven afectadas por la turbulencia. Para  $\delta_s^+ = 10$  a 13 existe un cambio en la producción de turbulencia, argumentando que para frecuencias mayores el flujo es un flujo tapón y para frecuencias menores se acerca a la solución cuasiestática. La fase de la velocidad y el corte se separan de la solución laminar de Stokes al aumentar la frecuencia.

Lodahl *et al.* (1998) [13]: estudian un rango amplio de condiciones, variando los números de Reynolds asociados a la oscilación, la correntada y la relación entre el radio del ducto y  $\delta_s$ . Reportan que para que las propiedades medias del flujo se vean afectadas por la oscilación se debe cumplir que  $a_{uc} > 1$ . En este caso la turbulencia se asemeja al caso puramente oscilatorio, con una variación en el valor del corte en la pared dependiendo si el flujo oscilatorio es turbulento o laminar. Proponen que la causa de esto es la relaminarización del flujo durante parte del ciclo.

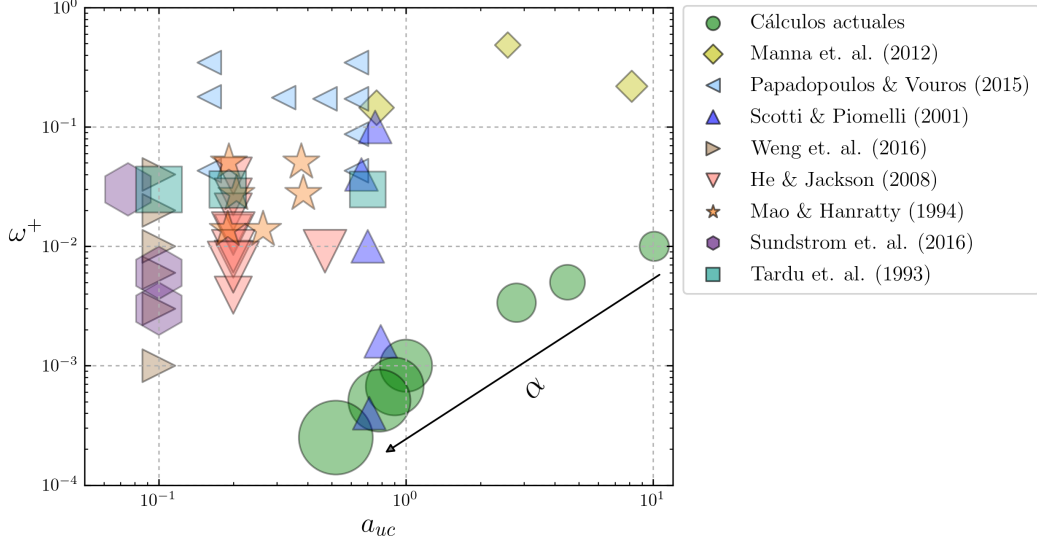
Scotti y Piomelli (2001) [10]: reportan que la estructura del flujo es dominada por fluctuaciones que se originan a una distancia  $\delta_s$  de la pared y son transmitidas al centro, como una onda atenuada con velocidad  $\omega^+ \delta_t^+$ . Además destaca las estructuras turbulentas en frecuencias bajas: en la fase de aceleración se generan formas elongadas cerca de la pared, que luego se transmiten a todo el canal durante la mitad del primer semiciclo de oscilación, antes de que comience el semiciclo de desaceleración.

He y Jackson (2009) [8]: reportan que la variación de la modulación de amplitud se ve modificada al variar la frecuencia. Para frecuencias altas, las propiedades del flujo se congelan en el centro del canal, con la amplitud de la modulación de velocidad constante y exhibiendo un comportamiento de flujo de tapón. Al igual que [10] encuentran que la turbulencia se genera en la región cercana a la pared y luego se propaga hacia el interior del canal.

Manna *et al.* (2012) y (2015)[11, 12]: estudian el caso de frecuencias altas dominados por la oscilación. Muestran que la solución laminar de Stokes es valida, incluso cuando existe relaminarización, debido a que la turbulencia en los casos estudiados solo es producida por la corriente media. Sin embargo, los perfiles medios de velocidad presentan diferencias con la solución estacionaria, mostrando que existe un acoplamiento en una dirección (la oscilación afecta las propiedades del flujo medio, pero no al revés).

Papadopoulos y Vouros (2016) [9]: reportan que para flujos dominados por la co-

riente y de alta frecuencia es valida la solución laminar de Stokes. Además encuentra que para las condiciones estudiadas los valores medios siguen los resultados estacionarios. Finalmente, destacan que la frecuencia es el parámetro que controla el flujo, y no la relación de amplitud  $a_{uc}$  para casos en que  $a_{uc} < 1$ .



**Figura 1.7:** Antecedentes bibliográficos en flujo combinado, el tamaño de los símbolos es proporcional a  $Re_*$ . Se marca además la dirección de  $\alpha$  creciente.

	Autor	Método, geometría	$Re_*$	$\omega^+$	$a_{uc}$
	Trabajo actual	DNS, canal	280-1770	0.0002-0.01	0.52-10.1
	Manna <i>et al.</i> (2012, 2015)[11, 12]	DNS, ducto	107-197	0.14-0.48	0.76-8.19
	Papadopoulos y Vouras (2016) [9]	DNS, ducto	$\sim 180$	0.043-0.346	0.16-0.63
	Scotti y Piomelli (2001) [10]	LES/DNS, canal	350	0.0004-0.1	$\sim 0.7$
	Weng <i>et al.</i> (2016) [15]	DNS, canal	350	0.001-0.04	0.1
	He y Jackson (2009)[8]	exp., ducto	440-840	0.006-0.04	0.2-0.47
	Mao y Hanratty (1994)[14]	exp., ducto	470	0.014-0.05	0.19-0.377
	Sundstrom <i>et al.</i> (2016)[16]	exp., ducto	900	0.003-0.03	0.075-0.1
	Tardu <i>et al.</i> (1994) [7]	exp., canal	400-700	0.004-0.03	0.1-0.7

**Tabla 1.1:** Antecedentes bibliográficos. Los valores se obtuvieron a partir las descripciones dadas en las respectivas publicaciones. Para [7] los valores de  $Re_*$  se obtuvieron de [15].

Dados los antecedentes descritos, es claro que existe una vacancia en el estudio de los regímenes de frecuencias bajas y dominados por la oscilación  $a_{uc} > 1$ . Además los valores de  $Re_\omega$  empleados están en el régimen laminar para la componente oscilatoria del flujo, lo que en consecuencia determina que el origen de las propiedades turbulentas se debe al flujo de correntada. Queda entonces por caracterizar el comportamiento para frecuencias bajas y cercanas al régimen cuasiestático en  $a_{uc} > 1$ , donde además se elige extender el análisis a la región de transición de  $0.5 < a_{uc} < 1$  para observar el comportamiento en situaciones en que la correntada y la oscilación son del mismo orden.

## 1.3. Resumen del trabajo realizado

En el presente trabajo se realizó la simulación de ocho casos de flujo en un canal (uno puramente oscilatorio y siete combinados) con un número de Reynolds oscilatorio de  $Re_\omega = \omega A / \nu = 4.95 \times 10^5$ . Se presentan los resultados obtenidos para propiedades promediadas en el tiempo y por ensamble. Además se realiza un estudio detallado de la energía cinética turbulenta y su balance a lo largo del ciclo de oscilación dentro del canal. Las simulaciones se realizaron mediante un código pseudoespectral desarrollado en *FORTRAN 77*, implementado con el paradigma de memoria compartida *OpenMP*.

El trabajo se encuentra dividido en 4 capítulos. En el Capítulo 2 se presentan las ecuaciones de conservación para un flujo incompresible, las soluciones para el flujo estacionario y oscilatorio en un canal, una breve descripción del flujo combinado y sus regímenes, el modelo computacional y el promediado de datos empleado. En el Capítulo 3 se presentan los resultados de las simulaciones realizadas. Finalmente en el Capítulo 4 se dan las conclusiones finales del trabajo respecto de los resultados obtenidos y sugerencias para trabajos futuros.

El postprocesamiento de los datos se realizó mediante códigos escritos en *Fortran 90* y *Python 3.5*. Por su parte para la visualización y realización de gráficos se empleó *Python 3.5* e *Inkscape v1.1* para la edición de imágenes. Esta tesis fue escrita en  $\text{\LaTeX} 2_\epsilon$ .

# Capítulo 2

## Modelo matemático y numérico

### 2.1. Ecuaciones de conservación

Dada una propiedad  $Q(\vec{r}, t)$  del fluido, su velocidad de cambio en un sistema de referencia euleriano está definida como

$$\frac{DQ}{Dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla Q \equiv \frac{\partial Q}{\partial t} + u_i \frac{\partial Q}{\partial x_i}, \quad (2.1)$$

donde  $\vec{u}$  es la velocidad del fluido.  $DQ/Dt$  es la *derivada material* de  $Q$  y representa la velocidad de cambio de una propiedad siguiendo una partícula de fluido. El termino  $\partial Q/\partial t$  corresponde a la derivada *local* de la propiedad, y es nula para flujos estacionarios. Por su parte  $\vec{u} \cdot \nabla Q$  se conoce como la derivada *advectiva*, ya que representa los cambios en  $Q$  debido a la advección de una partícula de una posición a otra donde el valor de  $Q$  es distinto.

La *ecuación de conservación de masa*, o *ecuación de continuidad* es:

$$\frac{1}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} + \nabla \cdot \vec{u} = 0. \quad (2.2)$$

Para un flujo incomprensible se tiene que  $D\rho/Dt = 0$ , por lo tanto

$$\boxed{\nabla \cdot \vec{u} = 0}, \quad (2.3)$$

es decir, el flujo es *solenoidal* (de divergencia nula) independientemente si el mismo es estacionario o no.

La *conservación de momento* se puede obtener al plantear las tensiones en la superficie de un elemento que se mueve con el fluido. Se obtiene para cada dirección:



$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} - \rho \frac{\partial G}{\partial x_i}, \quad (2.4)$$

donde  $\tau_{ij}$  es el tensor de tensiones en el elemento y  $G$  es la función potencial de fuerzas volumétricas. En un fluido newtoniano e incompresible, la ecuación anterior se puede escribir como

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\partial p}{\partial x_i} - \rho \frac{\partial G}{\partial x_i}, \quad (2.5)$$

o de manera equivalente

$$\boxed{\frac{D\vec{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla (p + G) + \nu \nabla^2 \vec{u}}, \quad (2.6)$$

donde  $p$  es la presión hidrostática del fluido,  $\mu$  la viscosidad dinámica y  $\nu \equiv \mu/\rho$  la viscosidad cinemática. Esta ecuación se conoce como *ecuación de Navier-Stokes* y describe el movimiento de un fluido newtoniano. Para más detalles, ver por ejemplo [17].

## 2.2. Descripción de la turbulencia

### Descomposición de Reynolds

En régimen turbulento, la velocidad del fluido presenta fuertes fluctuaciones. Teniendo una propiedad instantánea  $f(\vec{r}, t)$ , para una posición  $\vec{r}$  y un tiempo  $t$ , ésta se puede descomponer en una componente media  $\langle f \rangle(\vec{r}, t)$  y una perturbación (o fluctuación)  $f'(\vec{r}, t)$ :

$$f(\vec{r}, t) = \langle f \rangle(\vec{r}, t) + f'(\vec{r}, t), \quad (2.7)$$

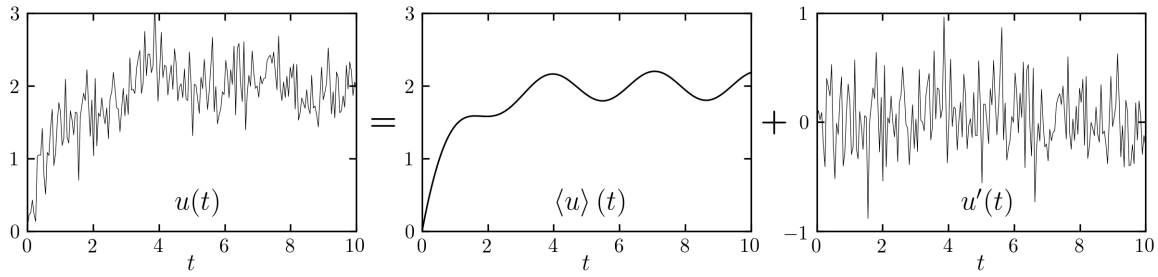
conocida como *descomposición de Reynolds*. Ver [Figura 2.1](#). En la misma se toma como ejemplo la velocidad instantánea  $u(t)$  la cual es la suma de una componente media  $\langle u \rangle$ , que en este caso depende del tiempo, y una componente de perturbaciones  $u'(t)$ .

El término  $\langle f \rangle$  no es más que el valor medio de la variable aleatoria  $f$  en el espacio muestral adecuado. Dependiendo del tipo de flujo en consideración éste valor se puede obtener a partir de distintos tipos de promediado. Para un flujo estacionario, se pueden promediar los valores durante un tiempo de muestreo  $t_f$ :

$$\langle f \rangle_t = \frac{1}{t_f} \int_0^{t_f} f(\vec{r}, t) dt. \quad (2.8)$$

En el caso de que el flujo sea homogéneo en una dirección  $x$  de longitud  $L_x$ , el promedio





**Figura 2.1:** Descomposición de Reynolds de un flujo turbulento. La velocidad instantánea  $u(t)$  se compone de la suma de una componente media  $\langle u \rangle(t)$  y una perturbación  $u'(t)$ .

será:

$$\langle f \rangle_x = \frac{1}{L_x} \int_0^{L_x} f(\vec{r}, t) dx. \quad (2.9)$$

Si la propiedad  $f$  varía en el tiempo con periodo  $T$ , es posible promediar un número  $N$  de periodos entre sí obteniendo un promedio de ensamble:

$$\langle f \rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^N f(\vec{r}, t + iT). \quad (2.10)$$

Cómo se verá en las secciones siguientes, el flujo de interés para el presente trabajo es no-estacionario, periódico de periodo  $T$  y homogéneo en las direcciones horizontales  $x$  e  $y$ , por lo que el promediado a utilizar, para una variable  $f(x, y, z, t)$ , será:

$$\bar{f}(z) = \frac{1}{NL_x L_y} \sum_{i=0}^N \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} f(x, y, z, t + iT) dy dx. \quad (2.11)$$

El valor medio definido en la ec. (2.11) tiene las siguientes propiedades de utilidad:

$$\begin{aligned} \langle f + q \rangle &= \langle f \rangle + \langle q \rangle \\ \langle cf \rangle &= c \langle f \rangle, \quad c = \text{constante} \\ \left\langle \frac{\partial f}{\partial x_i} \right\rangle &= \frac{\partial \langle f \rangle}{\partial x_i} \\ \left\langle \frac{\partial f}{\partial t} \right\rangle &= \frac{\partial \langle f \rangle}{\partial t} \\ \langle f' \rangle &= 0. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Realizando la descomposición de Reynolds en la ecuación de continuidad, ec. (2.3), se tiene

$$\nabla \cdot \vec{u} = \nabla \cdot (\langle \vec{u} \rangle + \vec{u}') = 0,$$

y utilizando las propiedades (2.12) se llega a que

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \langle \vec{u} \rangle &= 0 \\ \nabla \cdot \vec{u}' &= 0,\end{aligned}\tag{2.13}$$

es decir que tanto el campo de velocidades medias como de perturbaciones son solenoidales.

Por su parte, la ecuación de Navier-Stokes, ec. (2.6), es más compleja debido al termino advectivo no lineal. Los detalles de la obtención del valor medio de la ecuación de momento se pueden leer en, por ejemplo, [18]. El resultado es el siguiente:

$$\frac{D\langle \vec{u} \rangle}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla (\langle p \rangle + \langle G \rangle) + \nu \nabla^2 \langle \vec{u} \rangle + \nabla \cdot \tau_{Re}.\tag{2.14}$$

Esta ecuación es idéntica a la ecuación (2.6) salvo por la aparición de las perturbaciones  $\tau_{Re_{ij}} = -\langle u_i u_j \rangle$ . Este término se conoce como *tensiones de Reynolds* y condensa el comportamiento de la turbulencia. Así como el término de tensiones viscosas  $\mu \left( \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right)$  representa la transferencia de momento a nivel molecular, las tensiones de Reynolds equivalen a una transferencia de momento debido al campo de velocidades fluctuante.

Para un campo de velocidades tridimensional se tienen cuatro ecuaciones linealmente independientes: la ecuación de continuidad de la velocidad media y las tres componentes de la ecuación de momento para el flujo medio, ec. (2.14). Sin embargo, la ecuación 2.14 introduce las tensiones de Reynolds como incógnitas adicionales. Este problema, el tener más incógnitas que ecuaciones, se conoce como el *problema de cierre de la turbulencia* y obliga a plantear suposiciones *ad hoc* para modelarlos, ver [19].

### Energía cinética turbulenta (TKE)

La energía cinética de las fluctuaciones del flujo se denomina *energía cinética turbulenta* (TKE por sus siglas en inglés) y está definida como

$$k = \frac{1}{2} \langle \vec{u}' \cdot \vec{u}' \rangle = \frac{1}{2} \langle u'_i u'_i \rangle\tag{2.15}$$

Restando la ecuación (2.14) de (2.6) y multiplicando por  $u_i$  se llega a la ecuación de balance de la energía cinética turbulenta,

$$\frac{Dk}{Dt} + \nabla \cdot \vec{T} = \mathcal{P} - \varepsilon,\tag{2.16}$$

donde  $T' \equiv \frac{1}{2} \langle u'_i u'_j u'_j \rangle + \langle u'_i p' \rangle / \rho - 2\nu \langle u'_j s_{ij} \rangle$  se conoce como el termino de transporte, el termino  $\mathcal{P} \equiv -\langle u'_i u'_j \rangle \partial \langle u_i \rangle / \partial x_j$  es la producción y  $\varepsilon \equiv 2\nu \langle s_{ij} s_{ij} \rangle$  es la disipación. La notación  $s_{ij} = \frac{1}{2} (\partial u'_i / \partial x_j + \partial u'_j / \partial x_i)$  representa el tensor de velocidad de deformación. Ver, por ejemplo, [18].

Expandiendo la ecuación (2.16) para un flujo tridimensional se obtiene

$$\underbrace{\frac{\partial k}{\partial t}}_{\text{derivada local}} + \underbrace{\langle u_j \rangle \frac{\partial k}{\partial x_j}}_{\text{advección}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial \langle u'_i u'_j u'_j \rangle}{\partial x_i}}_{\text{transporte turbulento}} + \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial \langle u'_i p' \rangle}{\partial x_i}}_{\text{transporte por presión}} - \underbrace{\nu \frac{\partial \langle u'_j s_{ij} \rangle}{\partial x_j}}_{\text{transporte viscoso}} = \underbrace{-\langle u'_i u'_j \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j}}_{\text{producción } \mathcal{P}} - \underbrace{2\nu \langle s_{ij} s_{ij} \rangle}_{\text{disipación } \varepsilon}. \quad (2.17)$$

Resulta de utilidad reescribir el transporte viscoso y la disipación de las siguientes maneras

$$\varepsilon = 2\nu \langle s_{ij} s_{ij} \rangle = \nu \left\langle \frac{\partial u'_i \partial u'_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial u'_i \partial u'_j}{\partial x_j \partial x_i} \right\rangle = \nu \left\langle \frac{\partial u'_i \partial u'_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial^2 u'_i u'_j}{\partial x_i \partial x_j} \right\rangle \quad (2.18)$$

y

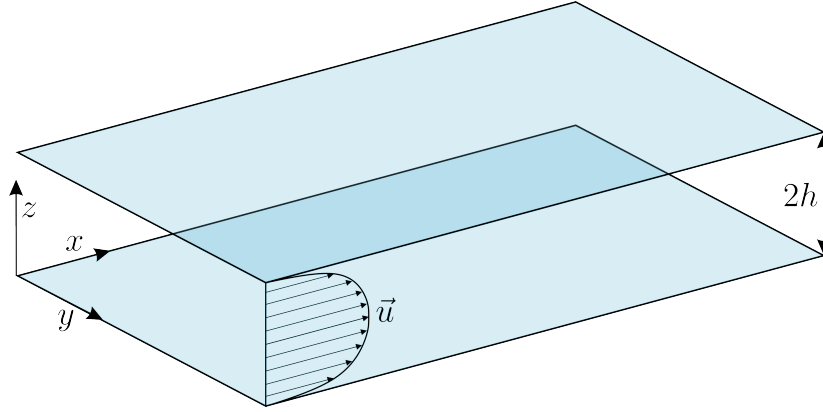
$$\nabla T'_\nu = 2\nu \langle u'_j s_{ij} \rangle = \nu \left( \frac{\partial^2 k}{\partial x_i \partial x_i} + \left\langle \frac{\partial u'_i \partial u'_j}{\partial x_j \partial x_i} \right\rangle \right). \quad (2.19)$$

## 2.3. Flujo estacionario y completamente desarrollado en un canal

### Ecuaciones fundamentales

Consideremos el flujo en un canal como el de la Figura 2.2. El flujo medio es predominantemente axial en la dirección  $x$  con media nula en  $y$  y variando principalmente en la dirección vertical  $z$ , por lo que lejos de las regiones de entrada el flujo medio se considera completamente desarrollado en las direcciones horizontales.

Con las suposiciones anteriores y despreciando cualquier fuerza volumétrica, la ecua-



**Figura 2.2:** Esquema del dominio para flujo en un canal.

ción de Navier-Stokes con la descomposición de Reynolds, ec. (2.14), se reduce a:

$$\begin{cases} 0 = -\frac{1}{\rho} \frac{d\langle p \rangle}{dx} - \frac{d\langle u'w' \rangle}{dz} + \nu \frac{d^2 \langle u \rangle}{dz^2} & \text{en } x \\ 0 = -\frac{1}{\rho} \frac{d\langle p \rangle}{dz} - \frac{d\langle w'^2 \rangle}{dz} & \text{en } z. \end{cases} \quad \begin{matrix} (2.20a) \\ (2.20b) \end{matrix}$$

Integrando la segunda ecuación se llega a que el gradiente de presión media es independiente de  $y$  y  $z$ ;  $\frac{d\langle p \rangle}{dx} = \frac{dp_w}{dx}$ , con  $p_w$  siendo la presión en la pared. Por lo tanto la ecuación (2.20a) se puede reescribir como

$$\frac{d\tau}{dz} = \frac{dp_w}{dx}, \quad (2.21)$$

definiendo el corte total  $\tau(z)$  como

$$\tau = \underbrace{-\rho \langle u'w' \rangle}_{\text{corte de Reynolds}} + \underbrace{\rho \nu \frac{d\langle u \rangle}{dz}}_{\text{corte viscoso}}. \quad (2.22)$$

Planteando las condiciones de borde del corte  $\tau(0) = \tau_w$  y  $\tau(h) = 0$ , con  $\tau_w$  siendo el *corte en la pared*, se llega a:

$$\frac{dp_w}{dx} = \frac{\tau_w}{h}, \quad (2.23)$$

y

$$\tau(z) = \tau_w \left(1 - \frac{z}{h}\right). \quad (2.24)$$

La condición de borde de la velocidad en la pared,  $\vec{u} = 0$  implica que todas las tensiones de Reynolds, y por ende el corte de Reynolds, sean también nulas. En conse-

cuencia,

$$\tau_w \equiv \rho\nu \left. \frac{d\langle u \rangle}{dz} \right|_{z=0}. \quad (2.25)$$

Por su parte, la simetría del flujo axial implica que  $d\langle u \rangle/dz|_{z=h} = 0$ , por lo que el corte viscoso en el centro del canal desaparece. Esquemáticamente los perfiles del corte total y sus componentes se pueden ver en la [Figura 2.3](#). Como se puede observar, los efectos viscosos solo son predominantes en la cercanía de la pared, mientras que dentro del canal la viscosidad es despreciable frente a los efectos de las tensiones de Reynolds. Esto lleva a definir las *escalas viscosas*, que son las escalas apropiadas para definir el comportamiento cerca de la pared. Se tiene la escala de velocidad  $u_*$  o  $u_\tau$ , también conocida como la *velocidad de fricción*:

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}, \quad (2.26)$$

y la escala de longitud

$$\delta_\nu = \nu \frac{\rho}{\tau_w} = \frac{\nu}{u_*}. \quad (2.27)$$

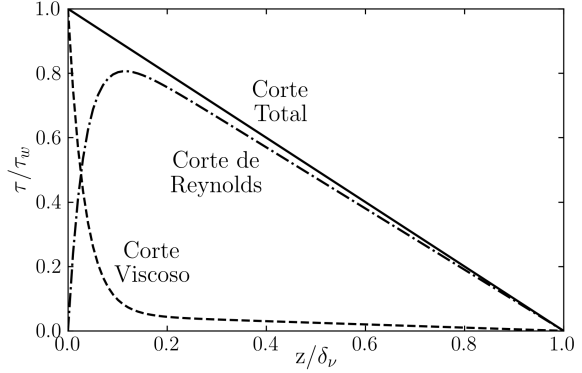
Utilizando la velocidad de fricción y la altura del canal se obtiene el Reynolds de fricción

$$Re_* = \frac{u_* h}{\nu}. \quad (2.28)$$

La relación anterior se puede reescribir como  $Re_* = h/\delta_\nu$ , es decir, el Reynolds de fricción no es más que la relación entre la escala externa del flujo,  $h$ , y la interna  $\delta_\nu$ .

### Descripción del flujo medio

Cerca de la pared ( $z/h \ll 1$ ) existe una *capa interna* donde los efectos viscosos son dominantes y los perfiles de velocidad son independientes de las escalas externas (la velocidad en el centro del canal  $U_{cl}$  y  $h$ ). Mediante análisis dimensional se llega a la



**Figura 2.3:** Representación esquemática de los perfiles del corte en una pared.

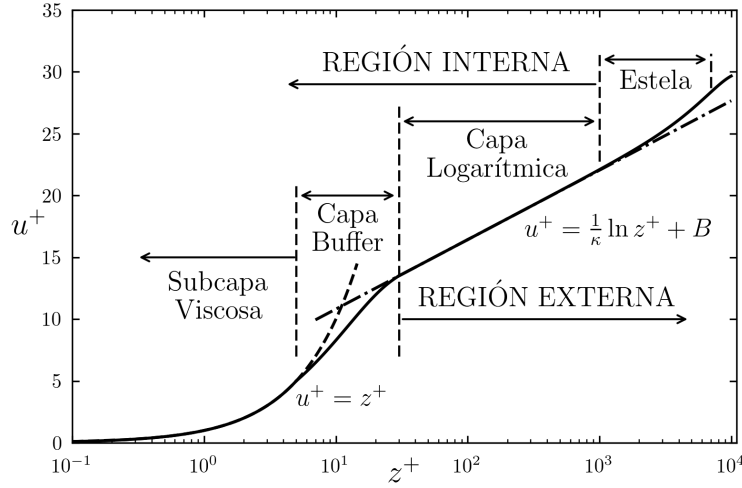
relación

$$u^+ = z^+ \quad (2.29)$$

donde  $z^+ \equiv z/\delta_\nu$  y  $u^+ \equiv \langle u \rangle / u_*$  son la distancia y velocidad en *unidades de pared*. Está relación es valida para la *subcapa viscosa*,  $z^+ \lesssim 5$ . Para  $z^+$  mayores, pero aún dentro de la capa interna, los efectos viscosos son menos importantes y mediante un nuevo análisis se llega a

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln z^+ + B, \quad (2.30)$$

donde  $\kappa \simeq 0.41$  es la constante de von Karmán y  $B \simeq 5.2$ . Esta ecuación es conocida como la *ley logarítmica*, y es valida para  $z^+ \gtrsim 30$ ,  $z/h \lesssim 0.3$ . La región entre la subcapa viscosa y la región de validez de la ley logarítmica se conoce como *capa buffer* (ver [Figura 2.4](#)).



**Figura 2.4:** Esquema de las distintas capas y regiones dentro del flujo turbulento sobre una superficie plana.

### Energía cinética turbulenta

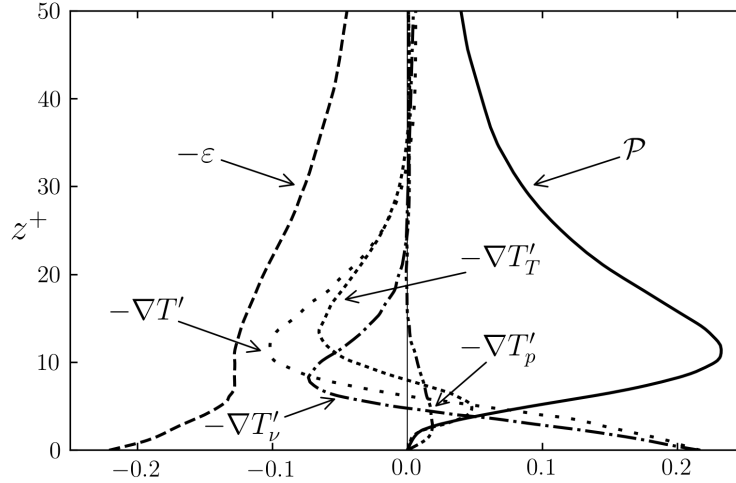
Para el flujo en un canal completamente desarrollado y estacionario la ecuación (2.17) se reduce a

$$0 + \nabla T' = \mathcal{P} - \varepsilon, \quad (2.31)$$

con

$$\begin{aligned} \nabla T' &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} \langle w' \vec{u}' \cdot \vec{u}' \rangle + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \langle w' p' \rangle - \nu \frac{\partial^2}{\partial z^2} (k + \langle w'^2 \rangle), \\ \mathcal{P} &= - \langle w' u' \rangle \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial z}, \\ \varepsilon &= -\nu \left[ \left\langle \left( \frac{\partial u'}{\partial z} \right)^2 \right\rangle + \left\langle \left( \frac{\partial v'}{\partial z} \right)^2 \right\rangle + \left\langle \left( \frac{\partial w'}{\partial z} \right)^2 \right\rangle + \frac{\partial^2 \langle w'^2 \rangle}{\partial z^2} \right]. \end{aligned}$$

En la [Figura 2.5](#) se muestra un esquema del balance de energía cinética turbulenta. En la pared,  $z^+ = 0$ , la difusión es máxima pero disminuye al alejarse de la misma ( $\varepsilon = \mathcal{O}(1)$ ), mientras que la producción parte de cero y aumenta rápidamente ( $\mathcal{P} = \mathcal{O}(z^3)$ ). El valor máximo de la misma se da donde el corte viscoso y de Reynolds son iguales,  $z^+ \simeq 12$ . El exceso de energía que no llega a ser disipado es transportado hacia la pared, principalmente por el transporte turbulento.



**Figura 2.5:** Esquema del balance de energía cinética turbulenta para el flujo en un canal completamente desarrollado, adimensionalizado mediante escalas viscosas. Datos de [20] para  $Re_* = 180$ , extraídos de [18].

## 2.4. Flujo oscilatorio en un canal

Comencemos analizando el caso del flujo sobre una placa sólida oscilando armónicamente en la dirección horizontal  $x$  con velocidad  $u_{placa} = A_u \sin(\omega t)$ . Planteando las ecuaciones de Navier-Stokes, de conservación de masa y las condiciones de borde se llega a

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \\ u = A_u \sin(\omega t) & \text{para } z = 0, t \\ u = 0 & \text{para } z \rightarrow +\infty, t. \end{cases} \quad (2.32)$$

Planteando la condición de borde en  $z = 0$  como  $u(0, t) = A_u \Im \{e^{i\omega t}\}$  se llega a la solución

$$u(z, t) = A_u e^{-z/\delta_s} \sin\left(\omega t - \frac{z}{\delta_s}\right), \quad (2.33)$$

$$\delta_s = \sqrt{2\nu/\omega}. \quad (2.34)$$

Donde  $\delta_s$  es el *espesor de capa límite de Stokes*, y del argumento del seno en la ecuación

anterior se puede interpretar a  $\delta_s$  como el número de onda de la oscilación provocada por la pared, o lo que es lo mismo, una medida de cuanto penetra en el flujo. Para detalles en la solución ver por ejemplo [17].

Veamos ahora el caso en que la placa está fija y se tiene un gradiente de presión oscilatorio  $-dp/dx = \rho A_u \omega \cos(\omega t)$  impulsando el flujo. La velocidad lejos de la pared será

$$u_\infty = A_u \sin(\omega t) \quad (2.35)$$

y la solución para el flujo se puede encontrar mediante superposición lineal, restando la Ec. (2.33) de (2.35), obteniendo

$$u(z, t) = A_u \left[ \sin(\omega t) - e^{-z/\delta_s} \sin \left( \omega t - \frac{z}{\delta_s} \right) \right]. \quad (2.36)$$

De manera equivalente se puede escribir como

$$\begin{aligned} u(z, t) &= A_s \sin(\omega t + \Theta), \\ A_s(z) &= A_u \left[ 1 - 2e^{-z/\delta_s} \cos(z/\delta_s) + e^{-2z/\delta_s} \right]^{1/2}, \\ \Theta(z) &= \tan^{-1} \left[ \frac{e^{-z/\delta_s} \sin(z/\delta_s)}{1 - e^{-z/\delta_s} \cos(z/\delta_s)} \right]. \end{aligned} \quad (2.37)$$

El valor del corte en la pared para la solución de Stokes  $\tau_w$  se obtiene a partir de las ecs. (2.25) y (2.36),

$$\begin{aligned} \tau_w &= \rho \nu \left. \frac{d\langle u \rangle}{dz} \right|_{z=0} = A_{\tau_w, St} \sin(\omega t + \phi_{\tau_w, St}) \\ A_{\tau_w, St} &= A_u \rho \sqrt{\nu \omega} \\ \phi_{\tau_w, St} &= -\pi/4. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Las ecs. (2.37) y (2.38) son también válidas para el caso de un canal con  $h \gg \delta_s$ , reemplazando  $u_\infty$  por  $u_{cl}$ , la velocidad en el centro del mismo. Definiendo la amplitud de excursión de velocidad lejos de la pared,  $A = A_u/\omega$  podemos definir el número de Reynolds oscilatorio como

$$Re_\omega = \frac{\omega A}{\nu}. \quad (2.39)$$

No existen soluciones analíticas para el caso turbulento. Sin embargo la literatura en el tema es extensa, tanto con resultados experimentales ([21]) como numéricos ([22–24]).



## 2.5. Flujo combinado en un canal

El flujo combinado corresponde a una componente oscilatoria (Sección 2.4) montada sobre una correntada media (Sección 2.3) en la misma dirección. Suponiendo un flujo turbulento (recordemos que la solución de Stokes dada en la sección anterior corresponde a un flujo laminar) se tiene que, para una propiedad  $f$  del flujo, además del promediado espacial y de ensamble  $\bar{f}$  de la Ec. (2.11) resulta útil realizar una descomposición en modos de Fourier:

$$\begin{aligned}\bar{f}(z, t) &= \hat{f}(z) + A_f(z) \cdot \sin[\omega t + \varphi_f(z)] + \sum_{n=2}^{\infty} A_{fn}(z) \cdot \sin[n\omega t + \varphi_{fn}(z)] \\ &= \hat{f}(z) + A_f(z) \cdot \sin[\omega t + \varphi_f(z)] + \varepsilon_f(z, t),\end{aligned}\tag{2.40}$$

donde  $A_f$ ,  $\varphi_f$  y  $A_{fn}$ ,  $\varphi_{fn}$  son la amplitud y fase del modo fundamental de Fourier y los armónicos de orden superior, respectivamente. El aporte de los armónicos de orden superior se representa colectivamente mediante  $\varepsilon_f(z, t)$ .

La complejidad de estos flujos de pared no estacionarios, en el caso turbulento, se refleja en la dificultad de elegir parámetros de semejanza adecuados. En orden histórico, las siguientes opciones han sido propuestas.

**Stokes (1851)** [25] Utiliza la razón entre la altura del canal  $h$  y el espesor de la capa límite de Stokes (Ec. (2.34)):

$$\Omega = h/\delta_s = h\sqrt{\omega/2\nu}.\tag{2.41}$$

Para el caso turbulento este parámetro no es adecuado, ya que la frecuencia del flujo medio  $\omega$  no alcanza para describir el flujo ([26]).

**Ramaprian y Tu (1980)** [26] Definen el espesor de la capa límite a partir de la velocidad de fricción media,  $u_*$ , proponiendo el número de Stokes turbulento:

$$\Omega_* = \frac{\omega h}{u_*}.\tag{2.42}$$

**Tardu et al. (1994)** [7] Utilizan como escala de longitud el espesor de la capa límite de Stokes en unidades de pared, introducido previamente por [27] y [28]:

$$\delta_s^+ = \delta_s u_* / \nu = \delta_s / \delta_\nu\tag{2.43}$$

y define la escala interna de frecuencia:

$$\omega^+ = \frac{\omega\nu}{u_*^2} = \frac{2}{\delta_s^{+2}} = 2 \left( \frac{\delta_\nu}{\delta_s} \right)^2 \quad (2.44)$$

**Scotti y Piomelli (2001)** [10] Proponiendo que la viscosidad puede representarse como la suma de la viscosidad molecular del fluido  $\nu$  y una viscosidad turbulenta  $\nu_t$  se puede llegar a la longitud de Stokes turbulenta:

$$\delta_t^+ = \delta_s^+ \left[ \left( \frac{\kappa\delta_s^+}{2} \right) + \sqrt{1 + \left( \frac{\kappa\delta_s^+}{2} \right)^2} \right] \quad (2.45)$$

como una medida de la penetración de la turbulencia generada en la pared dentro del flujo. Para frecuencias altas  $\delta_t^+ \rightarrow \delta_s^+$ , mientras que para frecuencias bajas  $\delta_t^+ \rightarrow \kappa\delta_s^+$ .

La definición de  $\delta_s^+$  se basa en la observación de que el flujo oscilatorio cerca de la pared sigue el comportamiento de la solución laminar de Stokes para frecuencias suficientemente altas. Para la solución estacionaria, i.e., el flujo en un canal sin forzado oscilatorio, los efectos viscosos dominan el comportamiento para  $z^+ \lesssim 12$  donde el corte viscoso es mucho mayor que el de Reynolds. Por lo tanto, si la frecuencia es lo suficientemente alta para que  $\delta_s^+ < 12$  entonces la onda de corte de la pared alcanzará los valores asintóticos externos antes que la turbulencia juegue un papel importante.

El comportamiento del flujo queda entonces descrito por tres parámetros:

1. El flujo medio, descrito por la velocidad de fricción  $u_*$ .
2. El flujo oscilatorio, descrito por el espesor de la capa límite de Stokes  $\delta_s^+$  o, lo que es lo mismo, la frecuencia en unidades de pared  $\omega^+ = 2/\delta_s^{+2}$ . También es válido utilizar  $\delta_t^+$ , pero es una elección menos usual en la literatura relevante.
3. La relación entre la componente oscilatoria y la velocidad media en la línea central  $a_{uc} \equiv A_{uc}/\hat{u}_{cl}$ .

Cuando el flujo es dominado por la correntada, i.e.  $a_{uc} < 1$ , los antecedentes en el tema demuestran que el comportamiento es mayormente controlado por  $\omega^+$  ([10], [7, 8, 29]). Se pueden distinguir entonces los siguientes regímenes.

**Régimen cuasiestático:**  $\omega^+ \rightarrow 0$ ,  $\delta_s^+ \rightarrow \infty$  El tiempo necesario para que la onda de corte proveniente de la pared atraviese toda la altura del canal es muy pequeño en comparación al periodo de la oscilación impuesta. Por lo tanto el flujo se

comporta como una sucesión de estados estáticos y la solución instantánea a instantes es, esencialmente, la correspondiente al flujo en un canal con un gradiente de presión constante instantáneo. Alternativamente, a partir de  $\omega^+ \equiv 2(\delta_v/\delta_s)^2$  se observa que este régimen corresponde a los casos en que el espesor de la capa límite de Stokes es despreciable frente al espesor de la subcapa viscosa.

**Régimen de frecuencias bajas:**  $\omega^+ \lesssim 0.005$ ,  $\delta_s^+ \gtrsim 20$  La distancia de penetración de la turbulencia generada por la componente no estacionaria es del orden de la altura del canal. por lo tanto el flujo se ve afectado por ésta y las magnitudes como el corte en la pared y la velocidad en el centro del canal se desfasan entre sí y se vuelven asimétricas a lo largo de un periodo.

**Régimen de frecuencias intermedias:**  $0.005 \lesssim \omega^+ \lesssim 0.02$ ,  $10 \lesssim \delta_s^+ \lesssim 20$  Se crea una región en el centro del canal en que las estadísticas turbulentas se congelan y avanzan como un flujo tapón. Para las frecuencias más altas en este rango la amplitud del corte en la pared tienden al valor laminar, como es de esperar al suponer que la solución está dominada por la oscilación. Sin embargo en algunos experimentos ([7, 29]) y simulaciones ([10]) se ha observado una región en la que el valor del corte es *menor* que el valor laminar, lo que implica que la turbulencia disminuye el corte. La explicación más factible a este fenómeno es que si bien el flujo se comporta de manera similar a la solución de Stokes, el espesor de capa límite es mayor, por lo que el corte en la pared resulta menor.

**Régimen de frecuencias altas:**  $0.02 \lesssim \omega^+ \lesssim 0.04$ ,  $10 \lesssim \delta_s^+ \lesssim 7$  La capa de Stokes permanece confinada dentro de la subcapa viscosa, por lo que los efectos producto de la oscilación se desacoplan de la correntada. Los valores del corte en la pared tienden, tanto en amplitud como fase, a la solución de Stokes.

**Régimen de frecuencias muy altas:**  $0.04 \lesssim \omega^+$ ,  $7 \lesssim \delta_s^+$  La frecuencia de oscilación es del orden de la frecuencia de desprendimiento de la turbulencia,  $\omega_b^+$ . La dinámica del flujo se ve caracterizada principalmente por esta frecuencia.

Para modelar el flujo combinado se parte del mismo dominio de la Fig. 2.2, pero con un gradiente de presión externo  $G$  en la dirección  $x$  será

$$G = G_u + G_\omega \cos(\omega t), \quad (2.46)$$

donde  $G_u$  es el valor del gradiente de presión medio o de correntada y  $G_\omega$  la amplitud del gradiente de presión oscilatorio. Alejado de la capa límite vale que  $\partial u / \partial z = -G/\rho$

y utilizando el análisis de la sección anterior se llega a que

$$\frac{G_\omega}{\rho} = A_u \omega. \quad (2.47)$$

Además, de la Ec. (2.23) para  $z = 0$ :

$$\frac{G_u}{\rho} = \frac{u_*^2}{h}. \quad (2.48)$$

Es claro que existen dos escalas distintas características en el flujo. Por un lado la componente media (Sección 2.3), corresponde a la velocidad de fricción  $u_*$  y la altura del canal  $h$ . Por otro lado la componente oscilatoria aporta las escalas  $u_{\text{máx}}$  y  $A = A_u/\omega$ . Por lo tanto para adimensionalizar la ecuación de momento (2.6) se tienen dos opciones:

**Opción 1:**  $\tilde{u} = u/A_u$ ,  $\tilde{x} = x/A$ ,  $\tilde{t} = \omega t$ ,  $\tilde{p} = p/(\rho u_{\text{máx}}^2)^{-1}$  y  $\alpha = \frac{G_u}{G_\omega}$ :

$$\frac{D\tilde{u}}{D\tilde{t}} = \frac{1}{Re_\omega} \tilde{\nabla}^2 \tilde{u} - \tilde{\nabla} \tilde{p} + \alpha + \sin(\tilde{t}). \quad (2.49)$$

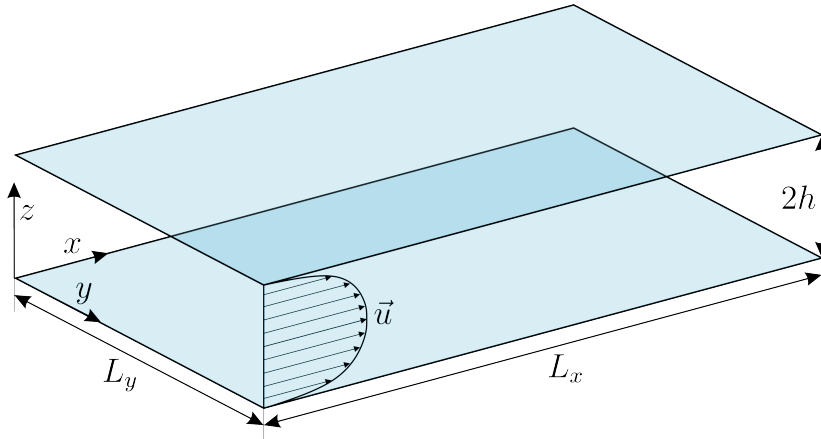
**Opción 2:**  $\tilde{u} = u/u_*$ ,  $\tilde{x} = x/h$ ,  $\tilde{t} = t/\sqrt{\rho h/G_u}$ ,  $\tilde{p} = p/(G_u h)$  y  $\alpha = \frac{G_\omega}{G_u}$ :

$$\frac{D\tilde{u}}{D\tilde{t}} = \frac{1}{Re_*} \tilde{\nabla}^2 \tilde{u} - \tilde{\nabla} \tilde{p} + 1 + \alpha \sin\left(\frac{\omega h}{u_*} \tilde{t}\right). \quad (2.50)$$

Dada la experiencia previa en el tema del grupo de trabajo ([30] y [24]) y la decisión de estudiar flujos combinados dominados por la corriente se decidió realizar el presente trabajo utilizando la adimensionalización **(1)** (basada en las componentes oscilatorias).

## 2.6. Modelo computacional y promediado de datos

El dominio de cálculo corresponde a la [Figura 2.6](#), de tamaño  $L_x \times L_y \times 2h$  de resolución  $N_x \times N_y \times N_z$ . Las ecuaciones adimensionales de continuidad y Navier-Stokes se resolvieron utilizando un código pseudo-espectral ([\[31\]](#)). En las direcciones horizontales homogéneas  $x$  e  $y$  se emplean expansiones de Fourier mientras en la dirección inhomogénea vertical  $z$  se utiliza expansión de Chebyshev con puntos de cuadratura de Gauss-Lobato. La ecuación de momento se resuelve mediante un método de pasos fraccionados junto a la ecuación de incompresibilidad: en primer lugar se resuelve una ecuación de advección-difusión obteniendo un campo de velocidades intermedio, luego se resuelve una ecuación de Poisson para la presión y finalmente se corrige el campo de velocidades. Para el avance temporal se utiliza un esquema mixto Runge-Kutta de tercer orden y Crank-Nicolson. El código ha sido validado en múltiples ocasiones, ver por ejemplo [\[32\]](#) y [\[24\]](#).



**Figura 2.6:** Dominio computacional empleado

El método de pasos fraccionados empleado es conocido como *método de proyección de Chorin* [\[33\]](#). En primer lugar utilizando la descomposición de Helmholtz-Hodge se vincula un campo de velocidades no solenoidal  $\vec{u}$  en su parte solenoidal  $\vec{u}_{sol}$  y el laplaciano de un campo escalar  $\phi$ :

$$\vec{u} = \vec{u}_{sol} + \vec{u}_{irrot} = \vec{u}_{sol} + \nabla\phi \quad (\nabla \times \nabla\phi = 0) \quad (2.51)$$

$$\nabla \cdot \vec{u} = \nabla^2\phi \quad (\nabla \cdot \vec{u}_{sol} = 0) \quad (2.52)$$

$$\vec{u}_{sol} = \vec{u} - \nabla\phi, \quad (2.53)$$

donde  $\vec{u}_{irrot}$  corresponde a la componente irrotacional de  $\vec{u}$ . De [\(2.53\)](#) se sugiere que conociendo un campo de velocidades que no cumpla la ecuación de continuidad se

puede corregir solucionando la ecuación de Poisson (2.52) utilizando la presión como escalar. El método de pasos fraccionados consiste entonces, para un avance temporal desde el tiempo  $n$  al tiempo  $n + 1$ ,  $\vec{u}^n \mapsto \vec{u}^{(n+1)*} \mapsto (\vec{u}^{n+1}, p^{n+1})$ :

1. En primer lugar se omite el gradiente de presión de la ecuación de momento, ignorando la incompresibilidad del fluido. De esta forma se resuelve una ecuación de advección-difusión, o ecuación de Burgers viscosa:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} &= \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{u} - \vec{u} \cdot \nabla \vec{u}, \\ \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} &= D(\vec{u}) + A(\vec{u}),\end{aligned}\tag{2.54}$$

donde  $A() = \vec{u} \cdot \nabla()$  y  $D() = \nabla^2()/Re$  son los operadores advección y difusión, respectivamente. La velocidad intermedia obtenida,  $\vec{u}^{(n+1)*}$ , no cumple la condición de incompresibilidad.

2. De la ecuación (2.51) se obtiene el campo de velocidades que cumple la condición de incompresibilidad:

$$\vec{u}^{n+1} = \vec{u}^{(n+1)*} - \Delta t \nabla p^{n+1},\tag{2.55}$$

donde el valor de la presión se obtiene resolviendo la ecuación de Poisson (2.53):

$$\nabla^2 p^{n+1} = \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot \vec{u}^{(n+1)*}.\tag{2.56}$$

Para realizar el avance temporal se utiliza un esquema mixto de Runge-Kutta (RK3) de tercer orden para el término advectivo y Crank-Nicolson para el término difusivo. El esquema RK3 empleado, de bajo almacenamiento, implica tres etapas para el avance de un paso temporal  $\Delta t$ , [31]. En cada etapa se realizan los pasos de predicción-corrección enumerados anteriormente. Definiendo los vectores

$$\begin{aligned}\eta &= \left(0, -\frac{5}{9}, -\frac{153}{128}\right) \\ \xi &= \left(\frac{1}{3}, \frac{15}{16}, \frac{8}{15}\right) \\ \zeta &= \left(\frac{1}{6}, \frac{5}{24}, \frac{1}{8}\right)\end{aligned}\tag{2.57}$$

y dando la convención en que  $(\cdot)^n$  representa al  $n$ -ésimo paso temporal y  $(\cdot)_i$  a la  $i$ -ésima etapa de RK3, se puede resumir el algoritmo de avance temporal de la siguiente

manera:

```

 $\vec{u}_0 = \vec{u}^n$ 
 $\vec{G}_0 = 0$  ;
for  $i = 1, 2, 3$  do
     $\vec{G}_i = A(u_{i-1}) + \eta(i)\vec{G}_{i-1}$ 
     $\vec{u}_{i*} = \vec{u}_{i-1} + \xi(i)\Delta t \vec{G}_i + \zeta(i)\Delta t [D(\vec{u}_{i-1}) + D(\vec{u}_{i*})]$ 
     $\nabla^2 p_i = \frac{1}{2\Delta t \zeta(i) \nabla \cdot \vec{u}_{i*}}$ 
     $\vec{u}_i = \vec{u}_{i*} - 2\Delta t \zeta(i) \nabla p_i$ 
end
 $\vec{u}^{n+1} = \vec{u}_3$ 

```

Cabe destacar que los vectores  $\vec{u}$  y  $\vec{G}$  se reescriben en cada paso, disminuyendo la cantidad de memoria requerida para el almacenamiento.

Para la discretización espacial se utilizan expansiones de Fourier en las direcciones horizontales  $x$  e  $y$ , con condiciones de contorno periódicas y puntos de grilla uniformemente espaciados. En cambio, para la dirección inhomogénea vertical  $z$  se utilizan polinomios de Chebyshev con puntos de cuadratura de Gauss-Lobatto para el espaciado de la grilla. Por lo tanto, para la velocidad  $u$  se tiene la siguiente expansión:

$$u(x_i, y_k, z_l, t) = \sum_{k_x=N_x/2}^{N_x/2-1} \sum_{k_y=N_y/2}^{N_y/2-1} \sum_{k_z=0}^{N_z} U(k_x, k_y, k_z, t) e^{ix_j 2\pi k_x / L_x} e^{iy_k 2\pi k_y / L_y} T_{k_z}(z_l), \quad (2.58)$$

donde  $i$  es el número imaginario,  $T_{k_z}$  el  $k_z$ -ésimo polinomio de Chebyshev y  $k_x, k_y$  los números de onda.

Las derivadas espectrales se obtienen utilizando transformadas rápidas de Fourier (*FFT*) en las direcciones horizontales, implementadas mediante la librería FFTW3. Por su parte en la dirección vertical se utilizan técnicas de multiplicación matricial (ver [31]).

Los detalles de la implementación computacional del código, incluyendo el tratamiento de las condiciones de borde, se tratan en detalle en [34] y no se repetirán aquí.

### 2.6.1. Descomposición de datos

Se simulan  $N$  ciclos completos de oscilación de forzado, cada uno dividido en  $N_p$  fases. Una variable tridimensional  $f$  del fluido, por ejemplo la velocidad, tendrá un valor asociado a cada nodo  $(i, j, k)$  de la grilla y fase  $ip$ , de modo que  $f = f(i, j, k, ip)$ .

Recordando de la Subsección 2.2 la definición de las descomposiciones de Reynolds, definimos los siguientes promedios para la variable  $f$  para el dominio a tratar,

$$\langle f \rangle_{xy}(k, ip) = \frac{1}{\Delta_x N_x \Delta_y N_y} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} f(i, j) \Delta_x \Delta_y = \frac{1}{L_x L_y} \sum_{i=1}^{N_x} \sum_{j=1}^{N_y} f(i, j), \quad (2.59)$$

$$\bar{f}(k) = \frac{1}{N dt} \sum_{ip=0}^N \langle f \rangle_{xy}(k, ip) dt = \frac{1}{N} \sum_{ip=0}^N \langle f \rangle_{xy}(k, ip). \quad (2.60)$$

El código empleado almacena en un archivo los promedios espaciales  $\langle f \rangle_{xy}(k, ip)$ , calculados mediante un loop:

**Data:** variable  $f$  en espacio real

**Resultado:** Promedio en planos  $xy$ :  $\langle f \rangle_{xy}(k, ip)$

Inicialización de variables temporales en 0;

```
for ip < N do
  for k < Nz do
    for j < Ny do
      for i < Nx do
        | temp=temp+f(i, j, k, ip)
      end
    end
    | <f>xy(k, ip) = temp/(Nx * Ny)
  end
end
```

Luego mediante un código de postprocesamiento se obtienen los promedios de ensemble  $\bar{f}(k)$ :

**Data:** Promedio en planos  $xy$ :  $\langle f \rangle_{xy}(k, ip)$

**Resultado:** Promedio de ensemble  $\bar{f}(k)$

Inicialización de variables temporales en 0;

```
for k < Nz do
  for ip < N do
    | temp=temp+<f>xy(k, ip)
  end
  | &fbar(k) = temp/N
end
```



Una vez obtenidos los valores medios de las variables del flujo, es posible obtener durante el postprocesamiento los valores medios de las perturbaciones utilizando las propiedades de la descomposición de Reynolds. Por ejemplo y a modo de ilustración, para obtener  $\overline{u'^2}$  y  $\overline{u'^2 w'}$ :

$$\overline{u'^2} = \overline{u^2} - \overline{u}^2,$$

$$\overline{u'^2 w'} = \overline{u^2 w} - 2$$

uw

$u + \overline{w}$  (2

$u^2 - \overline{u^2}$ .

# Capítulo 3

## Resultados

En las simulaciones realizadas se decidió fijar el valor del número de Reynolds oscilatorio en  $Re_\omega = 4.95 \times 10^5$ , utilizado experimentalmente por [21] y numéricamente por [30] para el caso de oscilación pura. El mismo presenta un comportamiento de transición con turbulencia intermitente, siendo un caso de interés para comprobar el efecto de la correntada en la relaminarización del flujo. Se realizaron ocho simulaciones numéricas variando el valor de  $\alpha$  entre 0 (caso testigo puramente oscilatorio) hasta 0.2. Un resumen de los casos simulados se presenta en la Tabla 3.1. En la misma se detallan además otros parámetros derivados, como  $a_{uc}$ ,  $Re_*$ ,  $\delta_s^+$  y  $\delta_t^+$ .

Las dimensiones del dominio computacional son  $L_x = 0.05A$ ,  $L_y = 0.025A$  y  $L_z = 2h = 0.08A$ . El tamaño de la grilla empleada es  $N_x = 96$ ,  $N_y = 48$  y  $N_z = 196$ , con espaciado regular en las direcciones horizontales e irregular en la vertical, utilizando mayor resolución en la cercanía a las paredes. Tanto las paredes superior e inferior presentan condiciones de no deslizamiento sin rugosidad, mientras que en las direcciones homogéneas se emplean condiciones de borde periódicas. Con las condiciones empleadas el flujo en el canal es simétrico respecto al centro del mismo, por lo que para las propiedades medias y turbulentas, además del promediado espacial en  $x$  e  $y$ , se promediaron los valores correspondientes a  $z$  y  $z + h$  para  $z < h$ , duplicando la cantidad de estadística disponible. Las simulaciones para casos combinados emplearon la solución del caso puramente oscilatoria como condición inicial y se consideró que habían alcanzado un estado estacionario estadístico al comparar el valor de  $\hat{u}_*$  obtenido con el valor teórico, derivado de la Ec. (2.48),  $u_{*,teo} = \sqrt{\alpha h A \omega^2}$ . Para todos los casos se obtuvo un error relativo menor al 1 %, exceptuando para  $\alpha = 0.005$  debido a la cercanía a cero del valor de la velocidad de corte. Luego se simularon entre 30 y 60 ciclos de oscilación para obtener estadísticas de primer y segundo orden.

$\alpha$	$Re_*$	$\omega^+$	$a_{uc}$	$\delta_s^+$	$\delta_t^+$	$h^+/\delta_t^+$	$error_{u_*}$ [%]
0	Caso oscilatorio						
0.005	280	0.011	10.1	14.0	81.6	3.4	5.6
0.01	400	0.005	4.5	19.9	160	2.5	0.35
0.015	485	0.0034	2.8	24.4	240	2.0	0.84
0.05	885	0.001	1.0	44.5	794	1.1	0.23
0.075	1085	0.00067	0.90	54.5	1190	0.91	0.33
0.1	1250	0.00051	0.78	62.9	1585	0.79	0.26
0.2	1770	0.00025	0.52	89.0	3169	0.56	0.58

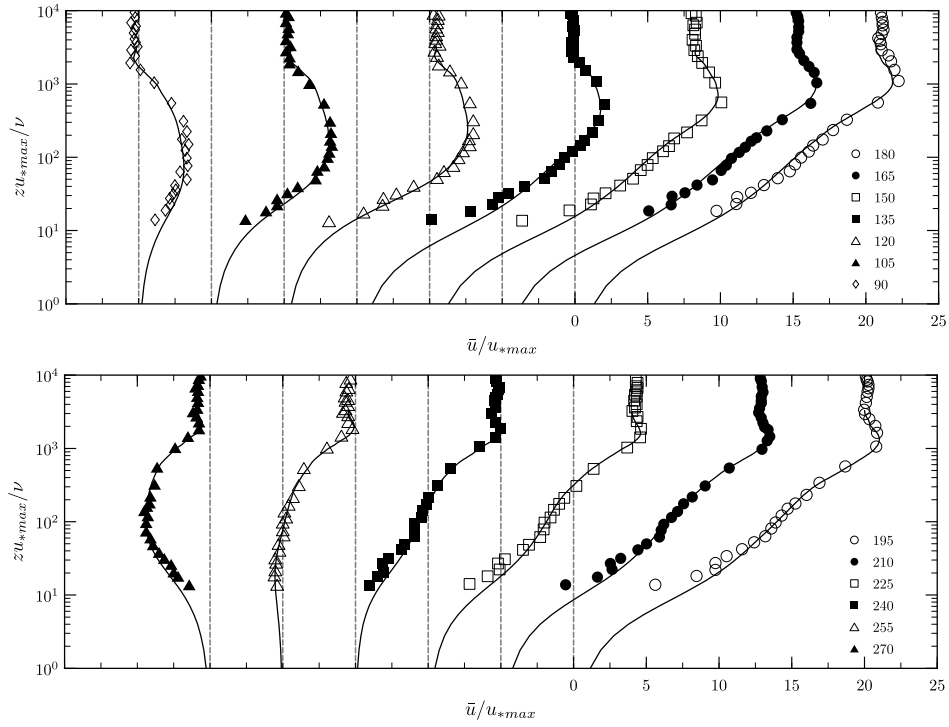
**Tabla 3.1:** Parámetros principales de las simulaciones realizadas. Se define el  $error_{u_*} \equiv 100\% \times \left| \hat{u}_* - \sqrt{\alpha h A \omega^2} \right| / \sqrt{\alpha h A \omega^2}$ .

### 3.1. Validación de la metodología y código de cálculo

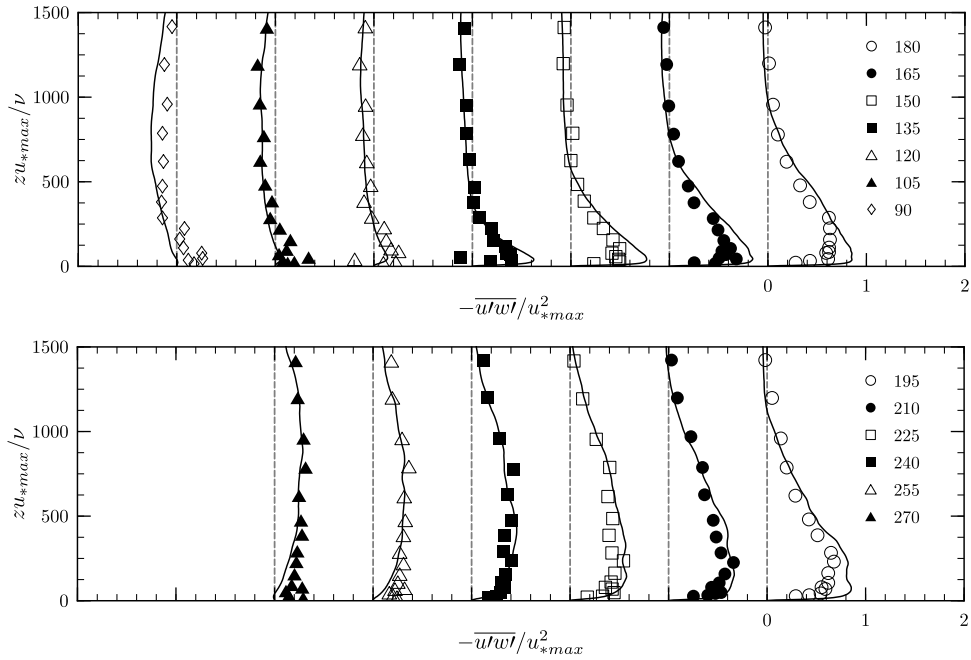
El caso puramente oscilatorio, *i.e.*  $\alpha = 0$ , fue reportado experimentalmente por [21] y numéricamente por [30]. A modo de validación se muestran los resultados obtenidos para la velocidad media promediada por fase  $\bar{u}/u_{* \text{máx}}$ , Figura 3.1, y para las tensiones de Reynolds  $-\overline{u'w'}/u_{* \text{máx}}$ , Figura 3.2, junto con los resultados experimentales reportados en [21].

Se observa que los resultados obtenidos siguen satisfactoriamente las observaciones experimentales. Tanto el valor y la posición del máximo de velocidad media concuerdan con un alto grado de precisión. Las discrepancias en la velocidad media se presentan cerca de la pared, que se puede atribuir a la dificultad de medir experimentalmente la velocidad en esa zona, especialmente mediante el método *LDV* empleado por los autores de [21]. En el caso de las tensiones de Reynolds, los resultados son satisfactorios en comparación a las observaciones experimentales. Los valores numéricos obtenidos son en general mayores a los reportados experimentalmente, especialmente cerca de la pared, donde los errores de medición son mayores debido a la influencia de la pared en las mediciones obtenidas.

Como se verá en la sección siguiente el código de cálculo se encuentra más exigido, en cuanto a la resolución de la malla empleada, entre las fases  $\omega t = 45^\circ$  y  $90^\circ$  para los valores de  $\alpha$  mayores. En la Figura 3.3 se muestra el espectro de energía unidimensional en la dirección principal (línea llena) y transversal (línea punteada) para  $\alpha = 0.2$  en  $\omega t = 90^\circ$ . Se observa que la energía correspondiente a los números de onda bajos es varios ordenes de magnitud mayor que para los números de onda altos, por lo que la resolución empleada se considera satisfactoria. Es importante destacar que el caso representado es el más exigente de todos y que para el resto la energía decae más de

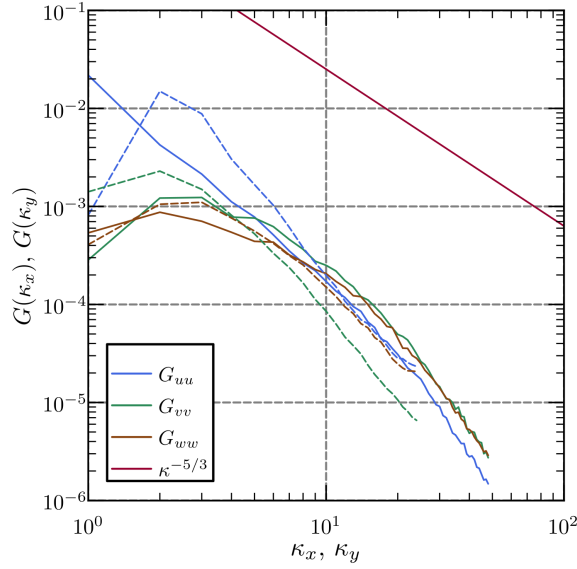


**Figura 3.1:** En línea sólida: resultados obtenidos para la velocidad media por fase  $\bar{u}/u_{* \text{máx}}$  en el caso puramente oscilatorio con  $Re_\omega = 4.95 \times 10^5$ . Símbolos: observaciones experimentales de [21] para el mismo valor de  $Re_\omega$ .



**Figura 3.2:** En línea sólida: resultados obtenidos para las tensiones de Reynolds medias por fase  $-\overline{u'w'}/u_{* \text{máx}}^2$  en el caso puramente oscilatorio con  $Re_\omega = 4.95 \times 10^5$ . Símbolos: observaciones experimentales de [21] para el mismo valor de  $Re_\omega$ .

cuatro décadas.



**Figura 3.3:** Espectro de potencia unidimensional para  $\alpha = 0.2$  y  $\omega t = 90^\circ$ . La dirección principal del flujo corresponde a la línea continua, en línea punteada la transversal.

**Hardware** Las simulaciones se realizaron en el cluster del departamento de Mecánica Computacional del Centro Atómico Bariloche. El código, escrito bajo el paradigma de memoria compartida, utiliza un nodo por cada cálculo realizado. Cada cálculo demoró, en promedio, 10 días para su finalización. Se utilizó dos modelos de *hardware* distinto, en primer lugar, nodos con dos procesadores **Xeon E5 2660 V3 @2.6GHz**<sup>1</sup> con 32 Gb de memoria RAM y el código compilado utilizando *GFortran*<sup>2</sup> y las librerías *OpenBLAS*<sup>3</sup> y *FFTW3*<sup>4</sup>. En segundo lugar, se utilizó un nodo con dos procesadores **Xeon E5 2670 V3 @2.3GHz**<sup>5</sup> y 64 Gb de RAM, compilando el código con *Intel® IFORT*<sup>6</sup> y las librerías *Intel® MKL*<sup>7</sup> y *FFTW3*.

Se realizó un *profiling* del código en el dominio empleado para las simulaciones en modelos de hardware. En la [Figura 3.4](#) se muestra el *speedup* obtenido según el número de procesos utilizados, para el promedio de 4 corridas de  $1 \times 10^5$  pasos temporales cada una. Como se puede observar en ambos casos se llega a un valor asintótico máximo de speedup y no se obtienen mayores beneficios al aumentar el número de procesos en paralelo (alrededor de 12 procesos para el Xeon E5 2660 y 16 para el Xeon E5 2670). Este comportamiento es de esperar, explicado por la *ley de Amdahl*. Además es

<sup>1</sup><https://ark.intel.com/products/81706>

<sup>2</sup><https://gcc.gnu.org/wiki/GFortran>

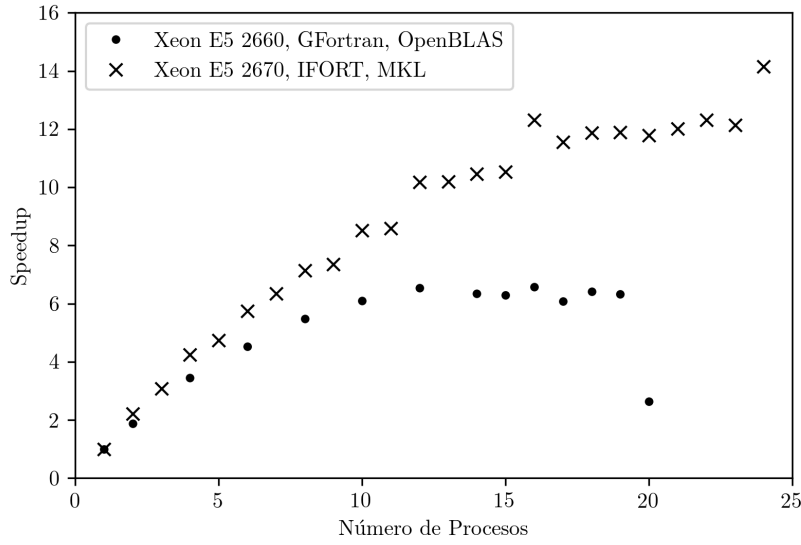
<sup>3</sup><https://www.openblas.net/>

<sup>4</sup><http://www.fftw.org/>

<sup>5</sup><https://ark.intel.com/products/81709>

<sup>6</sup><https://software.intel.com/en-us/fortran-compilers>

<sup>7</sup><https://software.intel.com/en-us/mkl>



**Figura 3.4:** Speedup en función del número de procesos en paralelo empleados.

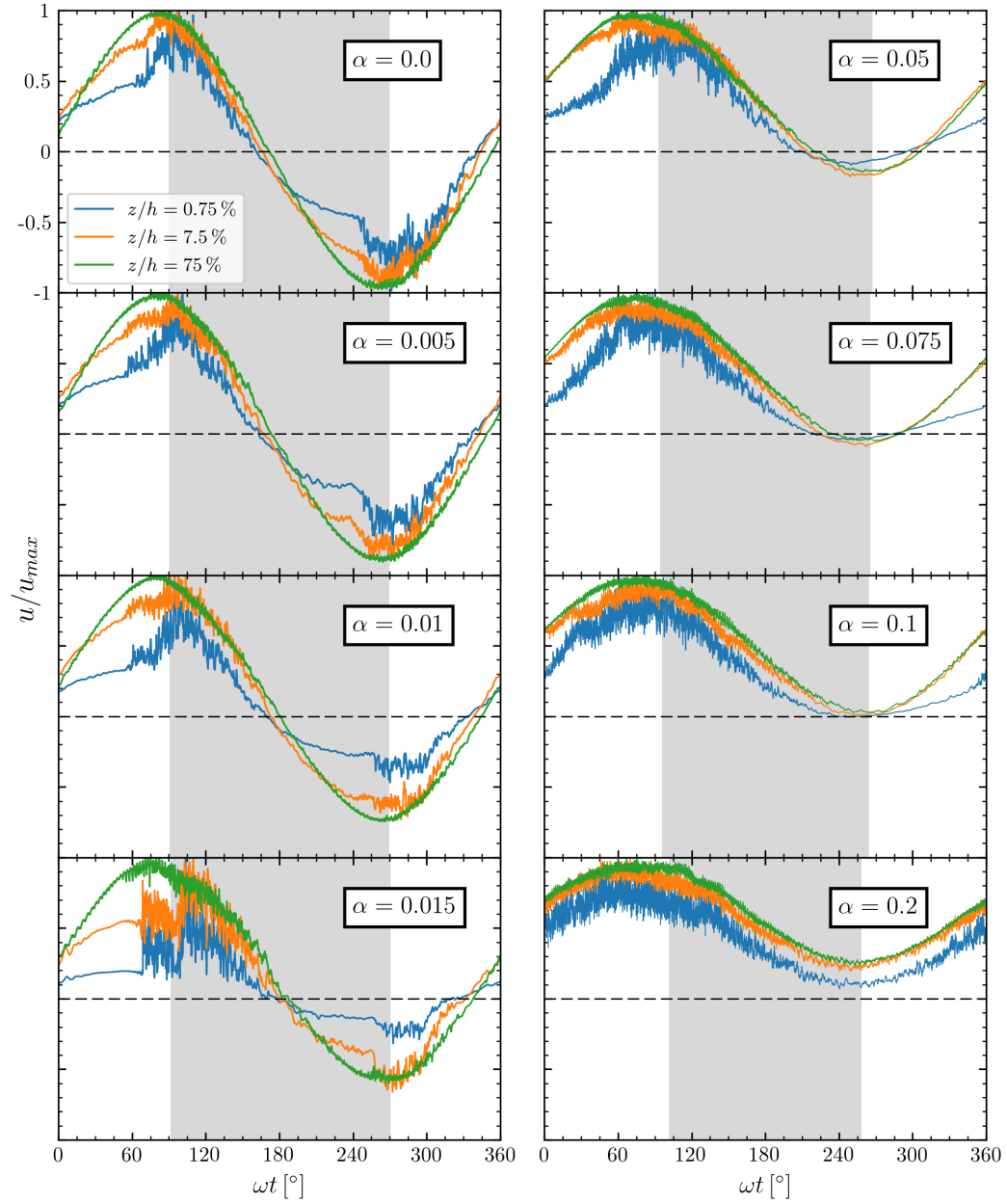
interesante destacar que en todos los casos realizados el speedup correspondiente a 20 procesos en el Xeon E5 2660 era mucho menor que el esperado, por lo que, al correr las simulaciones en dicho modelo de hardware, se decidió emplear 16 procesos.

El desempeño utilizando el nodo con Xeon E5 2670 es considerablemente más satisfactorio, sin embargo la diferencia en especificaciones de hardware es poca. Es de creer que las diferencias son atribuibles al compilador empleado y las librerías empleadas, ya que IFORT y MKL están optimizadas para los procesadores Intel. Sin embargo, dada la disponibilidad de hardware (20 nodos Xeon E5 2660 y un solo nodo Xeon E5 2670) se utilizaron los nodos Xeon E5 2660 para gran parte de las simulaciones realizadas.

## 3.2. Resultados

### 3.2.1. Velocidades

La [Figura 3.5](#) muestra la evolución temporal de la velocidad adimensionalizada con la velocidad máxima en la dirección principal del flujo para un ciclo completo de la oscilación en distintas alturas del canal. Las alturas elegidas representan una posición cercana a la pared en  $z/h = 0.0075$ , una intermedia en  $z/h = 0.075$  y una cercana a la mitad del canal en  $z/h = 0.75$ . Para los casos de  $\alpha = 0.1$  y  $0.2$  no se presenta reversión en el flujo. Se observa que en todas las simulaciones, salvo la última, el flujo no se encuentra en régimen turbulento para la totalidad del ciclo para el valor de  $Re_\omega$  elegido. En el caso de  $\alpha = 0$  el flujo se comporta de manera laminar hasta que el gradiente de presión se vuelve adverso y se produce desprendimiento de capa límite,

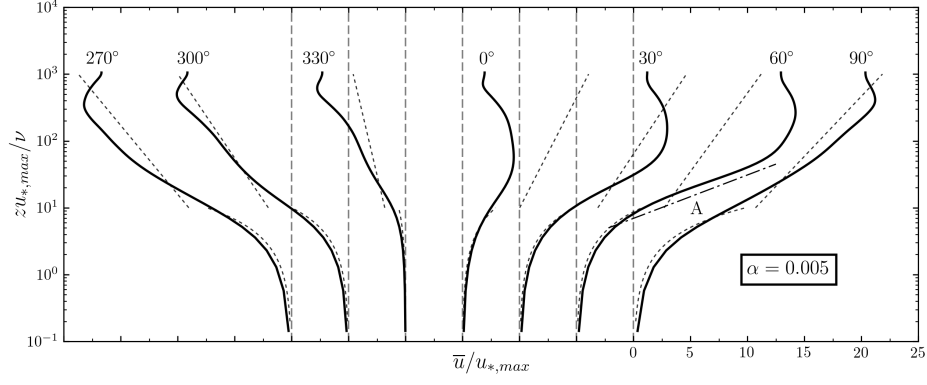


**Figura 3.5:** Evolución temporal de la velocidad instantánea para distintas alturas adimensionalizando con la velocidad máxima. Con fondo gris, la región de desaceleración en la cual  $-\partial p/\partial x < 0$ .

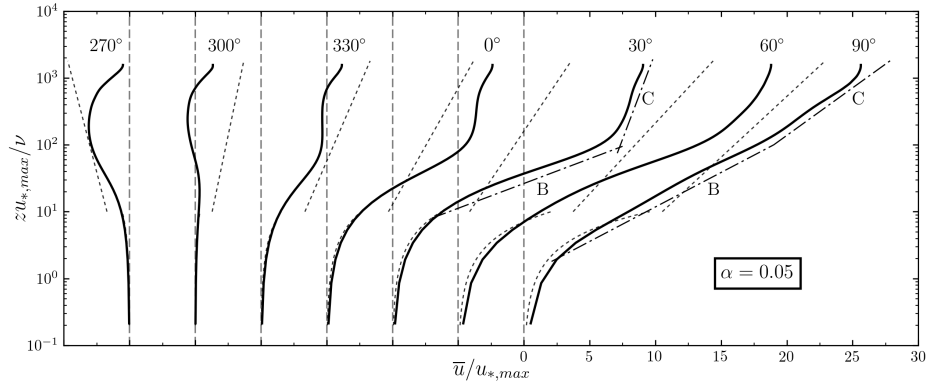
generando un estallido (*burst*) de turbulencia. Luego, alrededor de  $\omega t = 180^\circ$  el mismo se relaminariza. El flujo para este caso es simétrico respecto a  $\omega t = 360^\circ$  y se genera la turbulencia aproximadamente en  $\omega t = 60 - 180^\circ$  y  $\omega t = 240 - 360^\circ$ . Sin embargo, al aumentar el valor de  $\alpha$  el desprendimiento se produce para fases menores y el primer estallido de turbulencia es de mayor duración, mientras que el segundo es menor o directamente inexistente. Por ejemplo, para  $\alpha = 0.05$  el primer y único estallido comienza aproximadamente en  $\omega t = 0^\circ$  y dura la mitad del ciclo. Para  $\alpha = 0.2$  éste dura casi la totalidad del mismo, empezando en  $\omega t = 270^\circ$  y terminando en  $\omega t = 240^\circ$ . Al aumentar la magnitud de la correntada comparada a la oscilación (al aumentar  $\alpha$ ) el valor del número de Reynolds basado en la velocidad de fricción ( $Re_*$ ) aumenta muy por encima del necesario para la generación de turbulencia en la primera mitad del ciclo, dando por consecuencia una disminución de la zona de relaminarización (ver [13] y [11]). Además, se observa que al aumentar  $\alpha$  la penetración de la turbulencia alcanza alturas más cercanas al centro del canal, al aumentar la longitud de la capa límite turbulenta  $\delta_t$ , que representa una medida de la distancia de penetración de la turbulencia debido a los efectos oscilatorios.

En la Figura 3.6 se observan los perfiles de velocidad media para fases seleccionadas en  $\alpha = 0.005$ ,  $0.05$  y  $0.2$ , representando los casos oscilatorios, de transición y con correntada predominante, respectivamente. En línea punteada la ley de la pared lineal, ec. (2.29), y la ley logarítmica, ec. (2.30). Para  $\alpha = 0.005$  ( $a_{uc} \simeq 10$ ), Figura 3.6a, el comportamiento es muy similar a un flujo netamente oscilatorio (ver [24] para más detalle), presentando una ligera asimetría durante el subciclo debido al efecto de la correntada. La ley de pared logra describir de manera aceptable el comportamiento dentro de la capa límite, sin embargo dentro del canal la ley logarítmica queda bastante alejada de los resultados a pesar de que los perfiles siguen el comportamiento de una línea recta en escala logarítmica para distancias medias de la pared (por ejemplo, recta A para la fase  $\omega t = 60^\circ$ ). En el caso de la Figura 3.6b donde la corriente y la amplitud de la oscilación está balanceada,  $\alpha = 0.05$  ( $a_{uc} \simeq 1$ ), se observa que la ley logarítmica clásica, Ec. (2.30), continua sin cumplirse dentro del canal. En su lugar, se puede ver que el flujo presenta dos zonas distintas en las que los perfiles siguen una línea recta en escala logarítmica (por ejemplo, rectas B y C en las fases  $\omega t = 30^\circ$  y  $90^\circ$ ). La recta inferior B se debe a la capa límite oscilatoria, y se observa que su tamaño aumenta y cambia su pendiente al avanzar el ciclo de oscilación. Por su parte, la recta superior C, correspondiente a una capa de corte en el centro del canal, se mantiene de un tamaño aproximadamente constante mientras que su pendiente disminuye hasta alcanzar la pendiente de la recta inferior. Finalmente, en el caso dominado por la correntada de la Figura 3.6c,  $\alpha = 0.2$  ( $a_{uc} \simeq 0.5$ ), el comportamiento responde al esperado para el flujo turbulento cuasiestacionario en un canal, obedeciendo las leyes de pared y logarítmica.

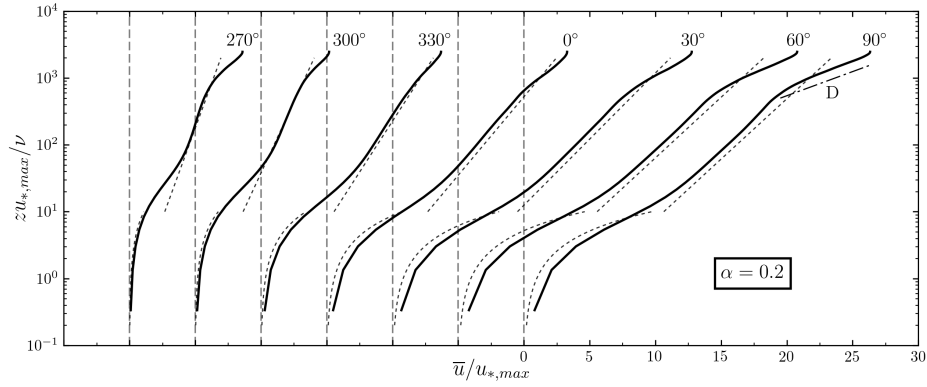




(a)



(b)



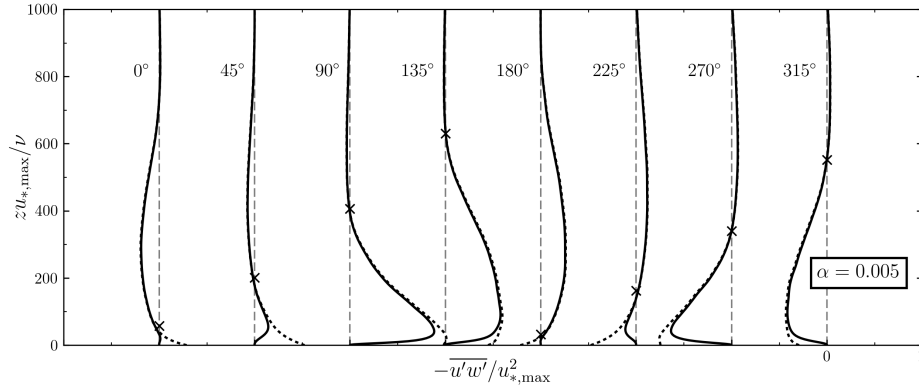
(c)

**Figura 3.6:** Perfiles de velocidad promediados en fase ( $\bar{u}/u_{*,\text{máx}}$ ). Las fases seleccionadas corresponden al hemicírculo comprendido entre  $\omega t = 270^\circ$  y  $90^\circ$ . En línea punteada la ley de pared ( $z^+ < 10$ ) y la ley logarítmica para ( $z^+ > 10$ ). Ver texto para líneas A, B, C y D.

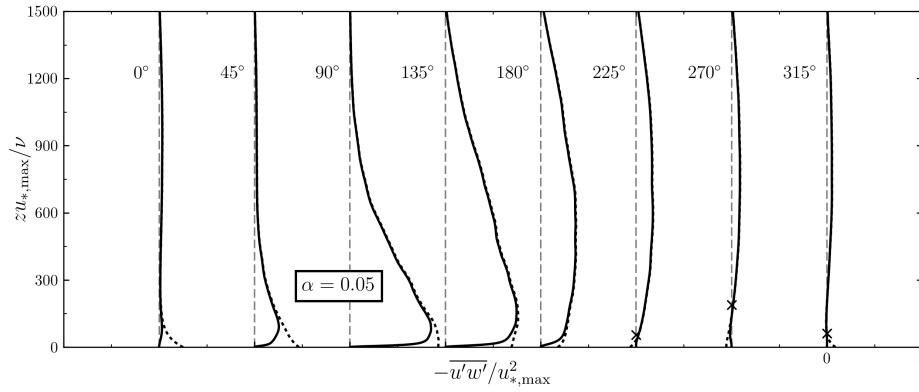
Sin embargo, al avanzar el ciclo de aceleración se genera una nueva capa de corte en el centro del canal, también obedeciendo el comportamiento de una recta (por ejemplo, recta D en  $\omega t = 90^\circ$ ).

Los perfiles de las tensiones de Reynolds  $-\overline{u'w'}/\bar{u}_{*,\text{máx}}^2$  se presentan en la [Figura 3.7](#). Para el caso de  $\alpha = 0.005$ , [Figura 3.7a](#), se puede observar que las tensiones presentan un máximo en la cercanía de la pared y luego caen rápidamente a cero por debajo del mismo. Los perfiles se desarrollan de manera equivalente para ambos hemisiclos, sin una influencia apreciable de la correntada. En línea punteada se muestra el corte total, suma de las tensiones de Reynolds y el corte viscoso, siendo claro que este último solo influye de manera significativa cerca de la pared. Para  $\alpha = 0.05$ , [Figura 3.7b](#), el comportamiento ya refleja la influencia de la correntada, siendo las tensiones de Reynolds cercanas a cero para toda la altura del canal en el segundo hemisiclo de oscilación, debido a la disminución de la turbulencia ya observada en la [Figura 3.5](#). Finalmente para  $\alpha = 0.2$ , [Figura 3.7c](#), el flujo es dominado por la corriente, presentando para cada fase un comportamiento similar al esperado para el caso estacionario, ver [Figura 2.3](#). Este comportamiento es especialmente notorio en las fases correspondientes al primer hemisiclo de oscilación, donde tanto la velocidad media como la turbulencia son mayores. También se presenta mediante una cruz la ubicación del máximo de velocidad cuando éste no se presenta en  $z = h$ . Como se puede observar, especialmente en la [Figura 3.7a](#), el máximo de velocidad no corresponde exactamente con el primer cruce por cero de las tensiones de Reynolds, dando lugar a una zona de producción negativa de turbulencia. En las secciones siguientes se discutirá sobre este fenómeno en mayor profundidad.

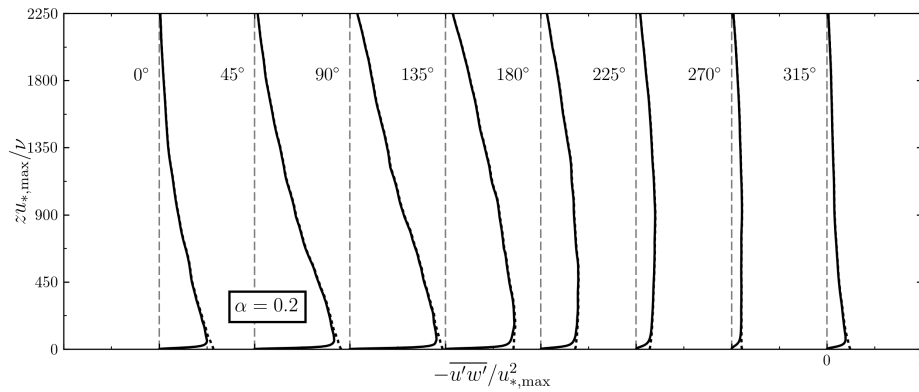
En las Figuras [3.8](#) y [3.9](#) se muestran los perfiles para los componentes DC ( $\hat{u}$ ) y AC ( $A_u$ ) de la velocidad media. Para el primer caso se observa una marcada influencia de la oscilación, estando muy separados los perfiles de lo esperado para el caso cuasiestacionario al aumentar la componente oscilatoria. De los estudios anteriores en el tema ([\[7\]](#), [\[10\]](#)) se sabe que para los casos dominados por la corriente las propiedades medias en el tiempo no se ven afectadas por la oscilación y éstas siguen las leyes de pared y logarítmicas esperadas. Sin embargo, se pueden presentar discrepancias al asemejarse la frecuencia a la frecuencia de estallido (*burst*) para del flujo, o al aumentar la amplitud de la oscilación. En [\[35\]](#) se reporta la frecuencia de *burst* como  $\omega_b^+ = 0.02$ , superior a los valores empleados en el presente trabajo permitiendo descartar ésto como una causa de la influencia de los valores de  $\alpha$  en los valores medios. Por lo tanto las discrepancias entre los valores obtenidos y los propios del flujo cuasiestacionario en un canal se debe únicamente a la gran amplitud de oscilación empleada. Lo más destacable es que los perfiles caen *por debajo* de la escala logarítmica, a diferencia de los trabajos previos de [\[7\]](#) y [\[11\]](#) donde la oscilación causaba el efecto contrario. El comportamiento observado,



(a)



(b)



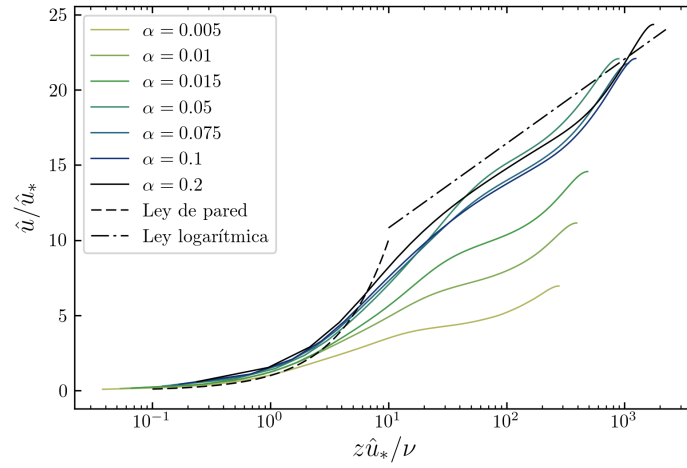
(c)

**Figura 3.7:** Perfiles de las tensiones de Reynolds  $-\overline{u'w'}/\bar{u}_{*,\text{máx}}^2$  para  $\alpha = 0.005$ ,  $0.05$  y  $0.2$ . En línea punteada el corte total, suma de las tensiones de Reynolds y viscosas. Las cruces marcan la posición del máximo de velocidad dentro del canal, en caso de no corresponder al centro del mismo.

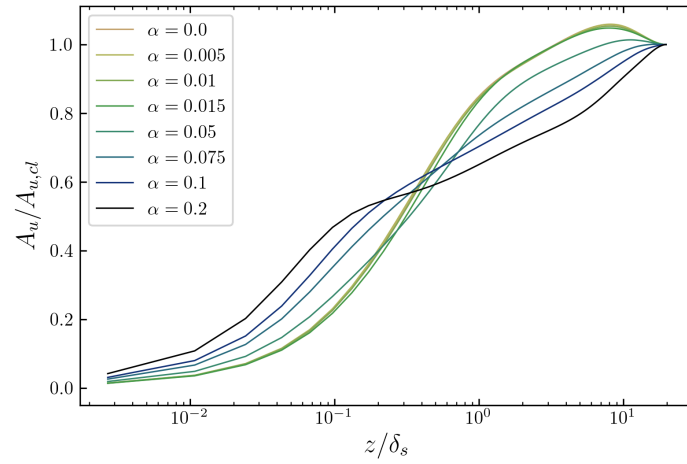
que corresponde a un aumento del arrastre y una disminución del espesor de la subcapa viscosa se puede deber, principalmente, a los efectos de la relaminarización del flujo en gran parte del ciclo de oscilación. En la [Figura 3.10](#) se muestra para  $\alpha = 0.2$  la velocidad media adimensionalizada con la velocidad de corte correspondiente para cada fase, en intervalos de  $45^\circ$ ,  $\bar{u}/\bar{u}_*$ . Esta adimensionalización solo es posible para este caso, ya que como se verá la [Figura 3.14](#) es el único caso en que no se produce un cruce por cero en la velocidad de corte. Es interesante observar que si bien la velocidad promediada a lo largo del ciclo,  $\hat{u}/\hat{u}_*$ , se aleja del comportamiento de la ley de pared cayendo por debajo de la misma, los perfiles para cada fase siguen el comportamiento esperado para un canal estacionario de manera destacable. Cómo se verá en las secciones siguientes, la ausencia de reversión en el flujo medio y por consecuencia la ausencia del cruce por cero de la velocidad de corte permite representar el flujo como un caso cuasiestacionario, en la que cada fase corresponde a un caso estacionario equivalente sin que la oscilación afecte de manera significativa las propiedades medias. La media temporal, [Figura 3.8](#), no refleja este comportamiento para  $\alpha = 0.2$  debido a que  $\hat{u}_* = \sqrt{\hat{\tau}_w/\rho} \neq \sum_{i=1}^N \bar{u}_*/N$ , por lo que el valor de  $\hat{u}/\hat{u}_*$  se ve influenciado por los bajos valores de  $\bar{\tau}_w$  a lo largo del ciclo. A modo de comparación se muestra la misma figura pero para  $\alpha = 0.1$ , [Figura 3.11](#). Para las fases en las que la velocidad de fricción es mayor, ver [Figura 3.14](#), el comportamiento se asemeja al caso estacionario, como en las curvas para las fases  $135^\circ$  a  $225^\circ$ . Sin embargo, al disminuir la velocidad de corte y acercarse a cero los perfiles de velocidad difieren de manera marcada. Por lo tanto, la reversión del flujo dentro del canal es un factor clave para el comportamiento del flujo, pudiendo éste modelarse de manera cuasiestacionaria si la velocidad de corte o, lo que es lo mismo, el corte en la pared no cruzan por cero.

El componente AC del flujo, en la [Figura 3.9](#), muestra que para valores de  $\alpha$  menores a 0.05 la amplitud sigue el comportamiento netamente oscilatorio en la totalidad del canal. Sin embargo al aumentar la correntada se pierde una de las características principales de la solución de Stokes, al perderse el máximo de amplitud en el interior del canal y moverse éste al centro. Es interesante además que se genera un cambio en la forma del perfil, produciéndose un máximo local alrededor de  $zu_{*,\text{máx}}/\nu \simeq 0.1$ .

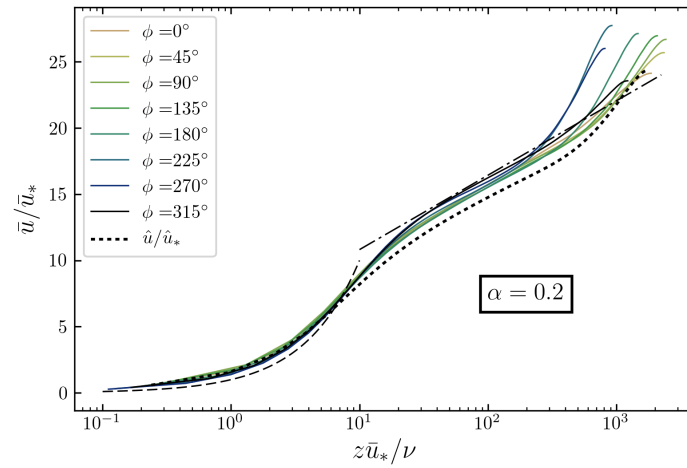
Finalmente, el comportamiento de la velocidad media se puede terminar de describir mediante los gráficos de espacio-tiempo de la [Figura 3.12](#). La ubicación del máximo y mínimo de velocidad (cuando no se encuentran en la mitad del canal) se muestran en líneas negras de mayor grosor. Esta figura permite observar más rápidamente la evolución de los perfiles de velocidad de manera complementaria a la [Fig. 3.6](#). Empecemos analizando el caso netamente oscilatorio de  $\alpha = 0$  ([Figura 3.12a](#)). En la fase  $\omega t = 90^\circ$  el gradiente de presión se vuelve negativo y trabaja en revertir la dirección del flujo. Las capas de flujo más alejadas de la pared, con mayor inercia, responden



**Figura 3.8:** Promedio temporal de la velocidad media (componente DC) en escalas de pared, junto a la ley de pared y ley logarítmica.



**Figura 3.9:** Amplitud de la velocidad media (componente AC) adimensionalizada con su valor en la línea media.



**Figura 3.10:** Velocidad media para fases cada  $45^\circ$ , adimensionalizada con la velocidad de fricción correspondiente a dicha fase, para  $\alpha = 0.2$ .

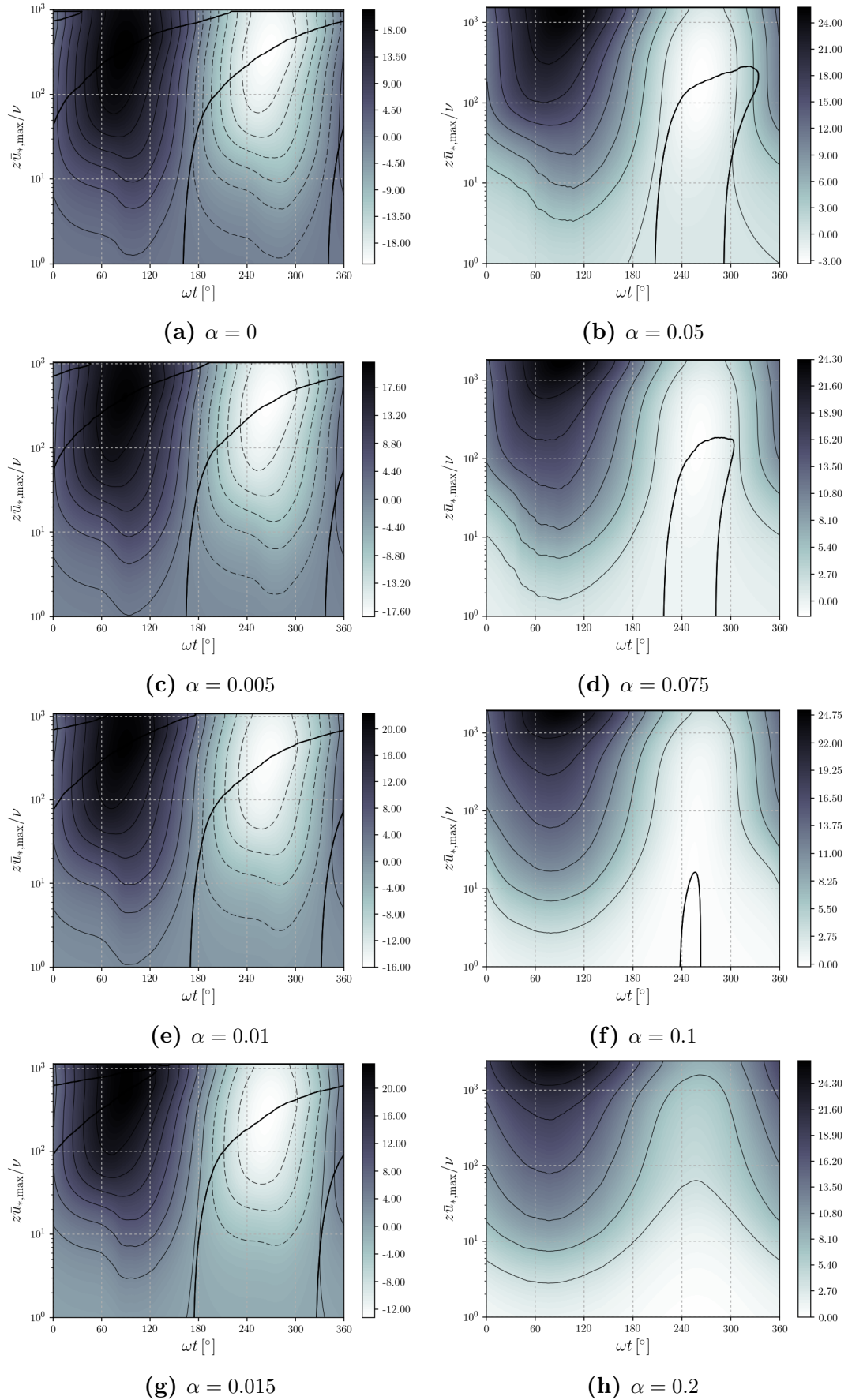


Si se utiliza como escala de velocidad la velocidad de corte correspondiente para cada fase  $\bar{u}_*$ , [Figura 3.13](#), se observa que el comportamiento para los casos dominados por la corriente, de  $\alpha = 0.005$  a  $\alpha = 0.015$  son notablemente similares al correspondiente al caso puramente oscilatorio, [Figura 3.13a](#). Desde  $\alpha = 0.05$  a  $0.075$  se produce una transición, en donde las fases para las cuales  $\bar{u}/\bar{u}_*$  diverge se acercan entre sí, y para las fases alejadas de esta región el comportamiento es caracterizado por bandas horizontales de igual velocidad. Finalmente para  $\alpha = 0.2$ , [Figura 3.13h](#), el comportamiento es similar al flujo estacionario en un canal. Cómo se dijo anteriormente, en el caso de no existir reversión en el flujo el comportamiento es cuasiestacionario.

### 3.2.2. Esfuerzos de corte.

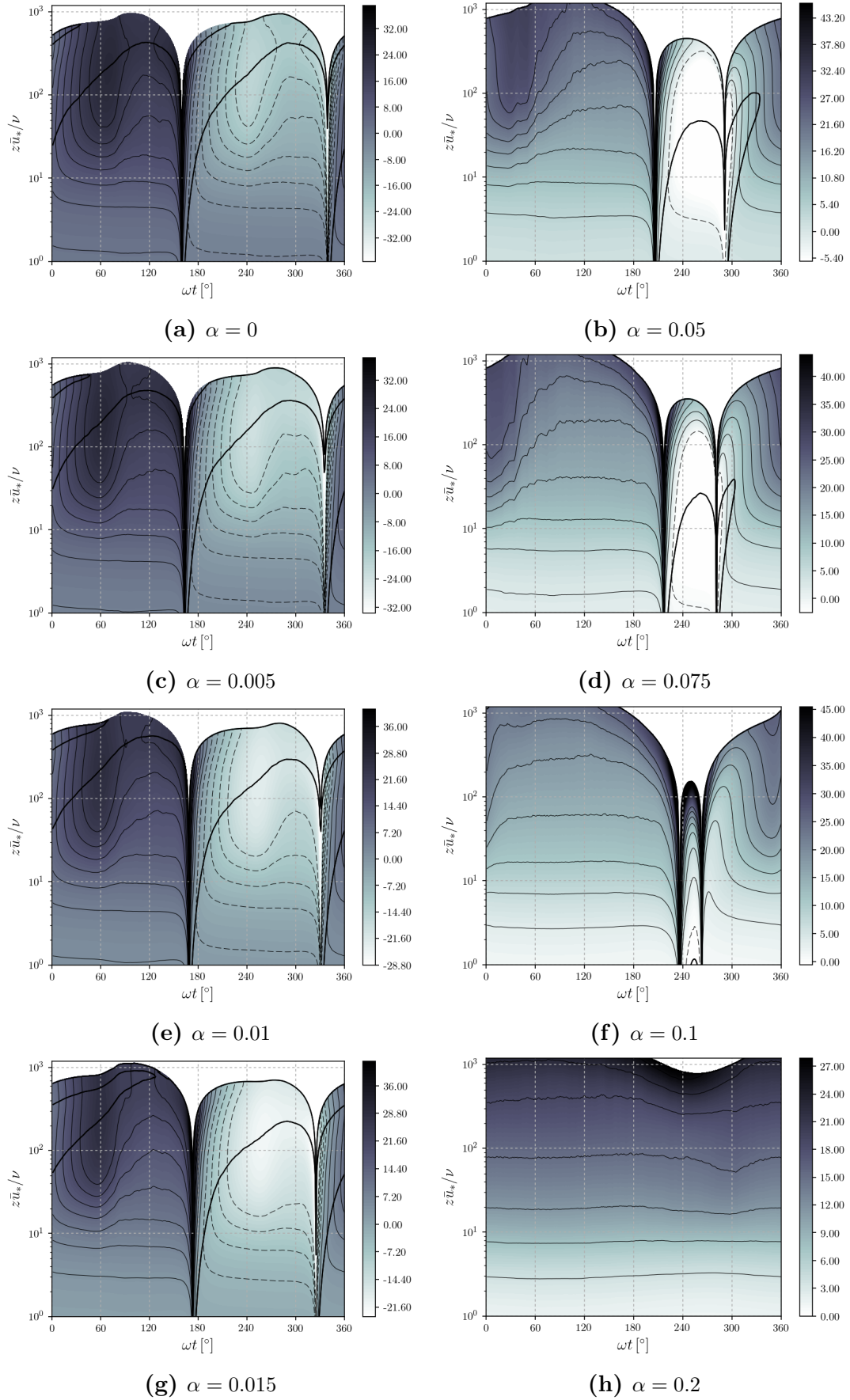
La evolución temporal del esfuerzo de corte en la pared  $\bar{\tau}_w = \rho\nu(d\bar{u}/dz)$  se muestra en la [Figura 3.14](#), adimensionalizado con el valor teórico laminar de la solución de Stokes,  $\tau_s = \rho(A_u)^2/\sqrt{Re_w}$ . En primer lugar destacaremos el aumento del comportamiento sinusoidal del mismo al aumentar la predominancia de la correntada en el flujo. Para los casos dominados por la oscilación la evolución presenta la forma ya observada en [\[24\]](#), en la que se produce un rápido crecimiento del corte para las fases entre  $\omega t \simeq 60^\circ - 90^\circ$  y  $240^\circ - 270^\circ$ , que corresponden a los momentos que el gradiente de presión disminuye hasta volverse adverso, aumentando las inestabilidades de corte en la pared (ver [Figura 3.5](#)). Al aumentar la correntada, en los casos de transición, las fases para las que se produce una inversión del flujo y del corte son cada vez menores, produciendo una fuerte asimetría respecto a  $\omega t = 180^\circ$ . Finalmente, para el caso totalmente dominado por la oscilación,  $\alpha = 0.2$ , el comportamiento es completamente sinusoidal, al estar las capas zonas internas y externas del fluido desacopladas (de lo visto en la sección anterior). Además, la turbulencia está presente en la totalidad del ciclo y no existe inversión de flujo, dando lugar a la existencia de inestabilidades en todo el ciclo. Dichas inestabilidades se deben, principalmente, a los esfuerzos de Reynolds  $-\overline{u'w'}$ , por lo tanto el comportamiento sinusoidal del corte en la pared se puede explicar viendo la no linealidad de  $-\overline{u'w'}$ .

Para observar la fracción de las tensiones de Reynolds contenidas en los armónicos de orden superior dentro del canal se puede definir  $\|\varepsilon_{-\overline{u'w'}}\|$  como la norma L2 de  $\varepsilon_{-\overline{u'w'}}$  (ver ec. (2.40)), representado en la [Figura 3.15](#). Se puede ver que si bien para los casos dominados por la oscilación presentan los valores máximos, estos disminuyen fuertemente dentro del canal. Para los casos dominados por la componente de correntada los valores son menores y con menores diferencias dentro del canal. Además, el máximo se encuentra en las zonas cercanas a la pared, mientras que el mínimo es en la transición con la capa de corte del centro del canal, donde las inestabilidades se presentan más

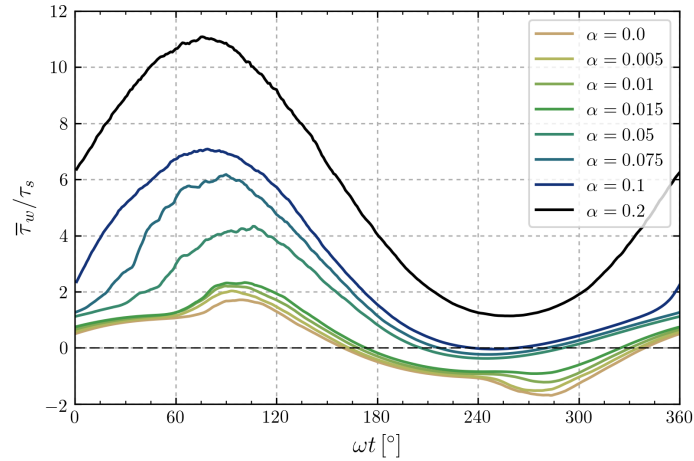


**Figura 3.12:** Gráficos espacio-tiempo de curvas de nivel para la velocidad media adimensional ( $\bar{u}/u_{*max}$ ). En la dirección horizontal se representa la fase y en la vertical la altura en unidades de pared. Las curvas se grafican cada 3 unidades dimensionales, líneas llenas valores positivos y punteadas para los negativos. Las líneas negras de mayor grosor indican la ubicación de los extremos de la velocidad.





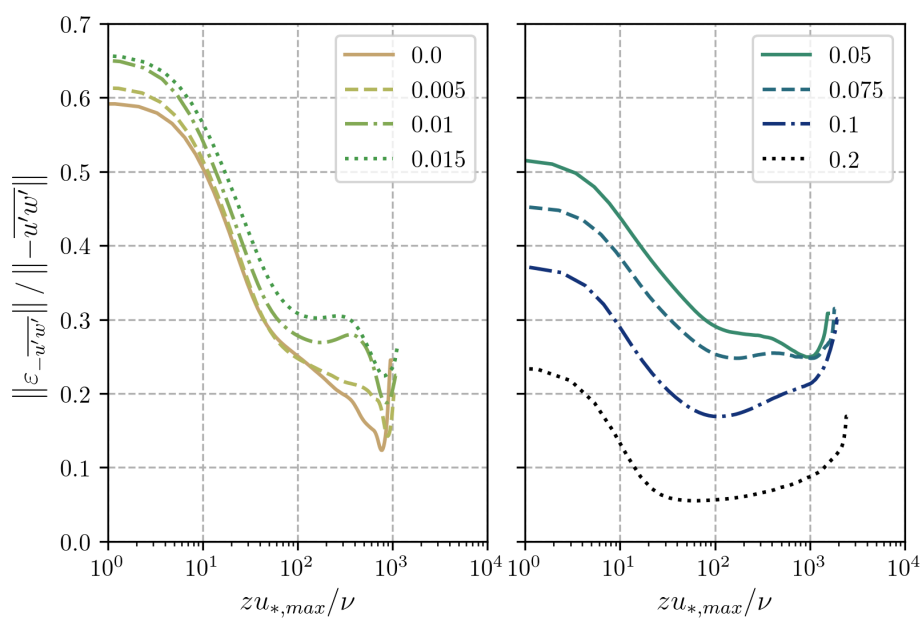
**Figura 3.13:** Gráficos espacio-tiempo de curvas de nivel para la velocidad media adimensional ( $\bar{u}/\bar{u}_*$ ). En la dirección horizontal se representa la fase y en la vertical la altura en unidades de pared. Las curvas se grafican cada 3 unidades adimensionales, líneas llenas valores positivos y punteadas para los negativos. Las líneas negras de mayor grosor indican la ubicación de los extremos de la velocidad.



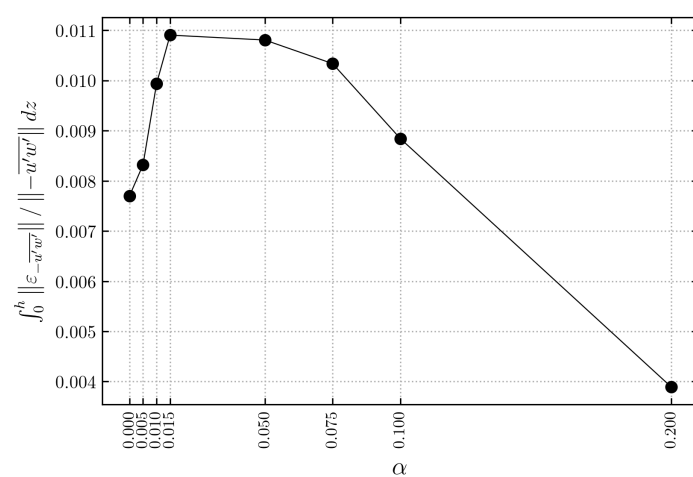
**Figura 3.14:** Evolución de la tensión de corte en la pared adimensionalizado con el valor teórico laminar  $\tau_s = \rho(A_u)^2 / \sqrt{Re_w}$  a lo largo del ciclo para todos los valores de  $\alpha$ .

regularmente para todo el ciclo. La Figura 3.16 muestra la integral en la altura del canal de la fracción de las tensiones de Reynolds contenidas en los armónicos de orden superior,  $\int_0^h \|\varepsilon_{-u'w'}\| / \|\bar{u}'w'\| dz$ , los valores menores implican un comportamiento de mayor linealidad. Es claro que los casos de transición presentan la mayor no linealidad, presentándose los mayores valores entre  $\alpha = 0.015$  y  $0.075$ ,  $a_{uc} = 2.8$  a  $0.9$ . Se puede concluir que una de las mayores diferencias entre los casos dominados por la oscilación, la corriente y de transición es la cantidad de energía contenida en los modos más altos que el fundamental y si los armónicos resultan filtrados ([10]).

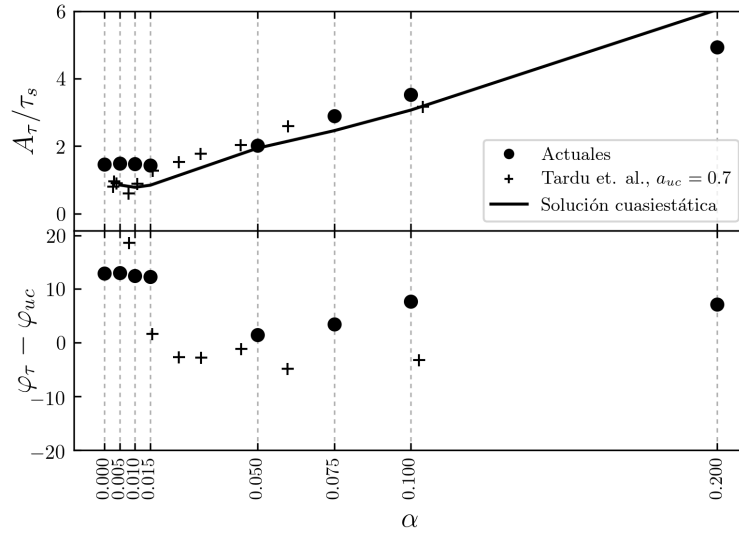
Del corte en la pared también es interesante ver su amplitud y desfase respecto a los valores del resultado laminar de Stokes, en la Figura 3.17. Además se grafican los resultados experimentales de [7]. En los casos dominados por la oscilación de  $\alpha = 0$  hasta  $0.015$ , la relación entre el valor obtenido y el teórico de Stokes se mantiene prácticamente constante,  $\bar{\tau}_w / \tau_s \approx 1.45$ . Sin embargo, los valores caen sistemáticamente por encima de los valores experimentales, obtenidos empleando un Reynolds mayor que garantiza turbulencia en todo el ciclo. Al aumentar la correntada el flujo tiende a un estado de cuasiequilibrio y el corte es controlado por la formula de Blasius  $\tau_w = 0.048 (\hat{u}_c h / \nu)^{-1/4} (\rho \hat{u}_c^2 / 2)$  (ver [7]), confirmándose que los resultados para  $\alpha > 0.5$  siguen su pendiente. Con el retraso respecto a  $\bar{u}_c$  ocurre algo similar, se mantiene prácticamente constante en  $\alpha \leq 0.015$ ,  $\varphi_\tau - \varphi_{uc} \approx 12.5^\circ$ . Los valores obtenidos se diferencian bastante de los resultados experimentales obtenidos, y de lo esperable de la teoría,  $\varphi_{\tau_s} = 45^\circ$ . Existen dos factores que pueden explicar este fenómeno. En primer lugar, [15] propone que para valores de  $\omega^+$  bajos (es decir  $\alpha$  altos) los resultados son dependientes del número de Reynolds, ya que a éstas frecuencias la capa límite de corte se vuelve mayor y puede superar al centro del canal, con lo que las dos paredes interfieren entre si. Del trabajo citado se deduce que para garantizar que las paredes no



**Figura 3.15:** Fracción de las tensiones de Reynolds  $\overline{u'w'}$  contenidas en frecuencias mayores a la fundamental.



**Figura 3.16:** Integral para toda la altura del canal de la fracción de las tensiones de Reynolds contenidas en frecuencias mayores a la fundamental.



**Figura 3.17:** Componente AC del corte en la pared: amplitud y retraso.

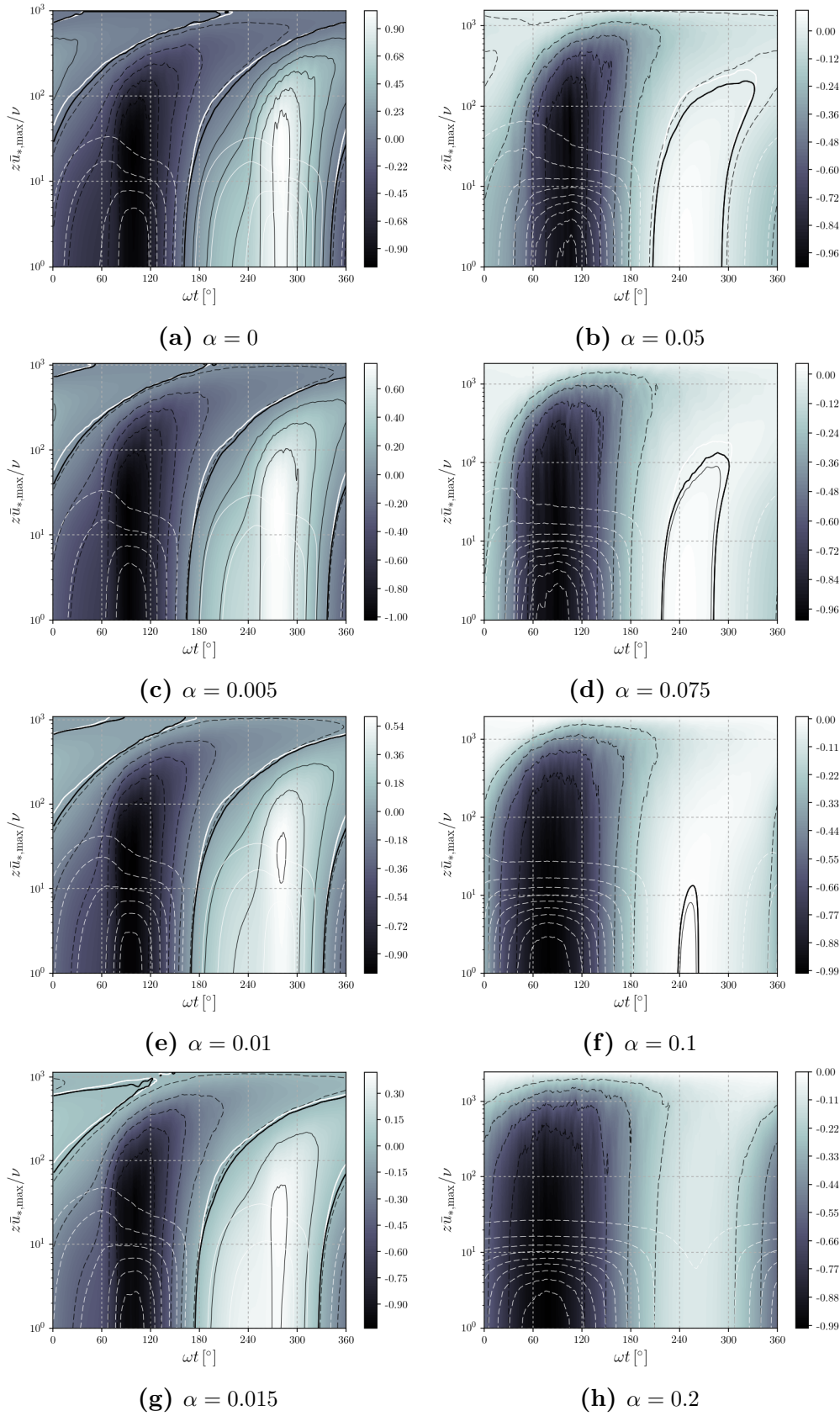
interfieren entre sí, y que los resultados sean independientes del número de Reynolds, la frecuencia debe ser [15]:

$$\omega^+ = \frac{\omega\nu}{\hat{u}_*^2} \gg \frac{2}{9} \frac{1}{Re_*} \left( \frac{1}{\kappa} \ln Re_* + 1.54 \right). \quad (3.1)$$

En las simulaciones realizadas, salvo para los casos dominados por la corriente, los valores de  $\omega^+$  son del orden de la frecuencia mínima necesaria. Por lo tanto es esperable que la pared superior e inferior del canal interfieran entre sí, provocando que los valores de  $\tau_w$  sean dependientes del número de Reynolds empleado para los casos con oscilación dominante y de transición.

En segundo lugar, el efecto de la turbulencia transitoria se presenta de dos modos distintos. Durante gran parte del ciclo, cuando el flujo se comporta de manera laminar, las capas de fluido con momento y velocidad alta del centro del canal no son llevadas a la pared por la turbulencia, lo que provoca que el corte *medio* en la pared  $\hat{\tau}_w$  disminuya. Sin embargo las no linealidades del flujo, evidenciadas como como las protuberancias centradas en  $\omega t = 90^\circ$  y  $270^\circ$  en los gráficos de la [Figura 3.14](#) para los casos dominados por la oscilación, producen un aumento en la *amplitud* del corte. Por lo tanto el valor de ésta, aparentemente constante para  $\alpha = 0$  hasta 0.015, se debe principalmente a los efectos del estallido en la turbulencia al desprenderse la capa límite. Durante estas fases, la turbulencia generada genera un efecto de mezclado, transportando las capas con gran velocidad del centro del canal hacia la pared, aumentando el corte.

La [Figura 3.18](#) muestra los gráficos espacio-temporales del corte viscoso adimensional  $\bar{\tau}_v/(\rho u_{*,\text{máx}}^2) = \nu/\bar{u}_{*,\text{máx}}^2 (d\bar{u}/dz)$  y el corte total, suma del corte viscoso y los esfuerzos de corte de Reynolds  $-\overline{u'w'}/u_{*,\text{máx}}^2$ . Lo primero que se puede destacar es que



**Figura 3.18:** Gráficos espacio-tiempo de curvas de nivel para la tensión de corte viscosa y total. El corte viscoso  $\overline{\tau_V}/(\rho u_{* \text{máx}}^2) = \nu/u_{* \text{máx}}^2 d\bar{u}/dz$  se muestra en curvas de color blanco. El corte total (suma del corte viscoso y las tensiones de Reynolds) se muestran en curvas de nivel de color negro rellenas en escala de grises. Las curvas se grafican cada 0.2 unidades adimensionales. Las líneas de mayor espesor blancas indican la ubicación de los extremos de la velocidad en cada fase (ver [Figura 3.12](#)), mientras que las negras indican el nivel de tensión de corte total igual a cero.

la curva de valor cero del esfuerzo total y la ubicación de los máximos de velocidad (es decir donde  $d\bar{u}/dz = 0$ ) no coinciden exactamente. Para los casos donde la correntada no es dominante se observa un crecimiento rápido del corte viscoso en las fases donde se produce el estallido de turbulencia, dándose una protuberancia que crece hacia el centro del canal en las curvas de nivel. Al aumentar  $\alpha$  estas protuberancias desaparecen, y los efectos viscosos se confinan a un área más regular cerca de la pared. Además, los efectos se confinan al primer hemicycle de oscilación, desapareciendo los efectos de la segunda mitad y tomando el corte siempre valores negativos. También estos efectos comienzan de manera más prematura abarcando cada vez un mayor número de fases, hasta empezar a abarcar todo el ciclo para el caso totalmente dominado por la corriente. En los casos donde los efectos oscilatorios son predominantes se puede ver que los máximos de corte total se encuentran en la pared en  $\omega t \simeq 90^\circ$  y luego penetran dentro del canal al desarrollarse la capa de corte oscilatoria. Al aumentar la correntada este efecto se pierde, por lo que el hemicycle en el gráfico espacio-tiempo se observa más vertical.

### 3.2.3. Balance de energía cinética turbulenta.

La energía cinética turbulenta (TKE), definida como  $k = (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})/2$  representa la mitad de la traza del tensor de esfuerzos de Reynolds y por ende una medida de la turbulencia en el flujo. En la [Figura 3.19](#) se muestra la TKE adimensionalizada con  $u_{*,\text{máx}}^2$ . Para  $\alpha = 0$  se observa que el máximo de TKE corresponde a las fases de máxima velocidad y gradiente de presión nulo,  $\omega t \approx 90^\circ$  y  $\omega t \approx 270^\circ$ , al desprenderse la capa límite. A partir de  $\omega t \approx 135^\circ$  la turbulencia en la cercanía de la pared ( $zu_{*,\text{máx}}/\nu < 10$ ) cae abruptamente, producto del rol de las fuerzas viscosas en la TKE. En  $\omega t \approx 225^\circ$  los niveles de turbulencia vuelven a aumentar de manera rápida con el desarrollo de inestabilidades dentro del flujo acelerado. Lo mismo ocurre de manera simétrica para  $\omega t \approx 315^\circ$  y  $\omega t \approx 15^\circ$ . Además, siendo ésto válido para todos los casos, la TKE cae a valores muy bajos en algunas partes del ciclo de oscilación, confirmando que, para el valor elegido de  $Re_\omega$ , el flujo se encuentra en un estado de transición laminar-turbulenta. También, las inestabilidades para capas alejadas de la pared están atrasadas debidas a la inercia propia del flujo en la capa de corte del centro del canal, pero este efecto disminuye al aumentar la correntada.

Para todos los casos se observa que el máximo de TKE se mantiene a una distancia constante desde la pared  $z\bar{u}_{*,\text{máx}}/\nu \simeq 12$  y alrededor de  $\omega t \sim 85^\circ$ , coincidiendo en altura con lo observado en capas límites estacionarias. Esto se puede observar mejor por medio de la [Figura 3.21a](#), que muestra la evolución temporal del valor máximo de la energía cinética turbulenta en el canal para cada fase. Se puede observar que si bien su



posición temporal varia, esto no sigue un comportamiento distinguible. Es destacable que el máximo no sigue el comportamiento esperable de aumentar al aumentar la componente de correntada y el valor de las velocidades medias, sino que presenta un máximo en el caso donde la correntada y oscilación están balanceadas en  $\alpha = 0.05$ ,  $a_{uc} = 1$ .

Para  $\alpha > 0.05$  la turbulencia en el segundo hemisiciclo disminuye marcadamente y el primero abarca tiempos mayores. Es de esperar que si aumenta aún más la correntada estos gráficos alcanzarían el comportamiento cuasiestático esperado para el flujo en un canal, con capas horizontales separadas y un comportamiento temporal de mayor uniformidad, a pesar de adimensionalizar con  $u_{*,\text{máx}}$ . Además es destacable que para  $\alpha = 0.2$  cerca de  $\omega t = 270^\circ$  las curvas de TKE se unen a una altura mayor que la del máximo,  $z\bar{u}_{*,\text{máx}}/\nu \simeq 50$ , evidenciando un mayor espesor de la subcapa viscosa para estas fases, en las que el gradiente de presión resulta ser el mínimo.

En la Figura 3.20 se muestran los mismos gráficos, pero adimensionalizados con la velocidad de corte correspondiente a cada fase  $\bar{u}_*$ . Los resultados tienden a infinito en los cruces por cero de  $\bar{u}_*$  (ver Figura 3.14). Se confirma que los máximos de TKE se producen a una distancia de la pared independiente de  $\alpha$ ,  $z\bar{u}_{*,\text{máx}}/\nu \simeq 12$ , similar a la esperada para el caso estacionario. Esto demuestra que, al menos en este comportamiento, el flujo se asemeja a un flujo cuasiestacionario. Es interesante observar que existe un máximo local de TKE, fuera de las fases donde  $\bar{u}_* \rightarrow 0$ , presente algunos grados antes que en la Figura 3.19. Observando la evolución del corte en la pared en función del tiempo (y por ende la evolución de la velocidad de corte) vemos que esto puede explicarse por la protuberancia de este alrededor del estallido de turbulencia. Al aumentar la correntada, este efecto en los gráficos de TKE se ve acentuado y el máximo se presenta para fase cada vez menores.

Entre  $\alpha = 0.1$  y  $\alpha = 0.2$  existe un cambio marcado de comportamiento. Los valores de TKE tendiendo a infinito dejan de presentarse, al no existir un cruce por cero de la velocidad de corte. El gráfico de TKE entonces se asemeja al correspondiente a un caso estacionario, donde las variaciones se presentan únicamente en  $z$  y la evolución temporal pierde relevancia. Sin embargo, es importante no perder de vista que este efecto se debe al comportamiento de la velocidad de corte, y no a un cambio en el comportamiento de la TKE distinto al explicado en los párrafos anteriores.

En la Figura 3.21a se muestra la evolución del máximo de la energía cinética turbulenta adimensional dentro del canal. Es interesante observar que el máximo no se produce en ningún caso en  $\omega t = 90^\circ$ , sino que se encuentra adelantado entre  $5$  y  $10^\circ$ , exceptuando el caso de  $\alpha = 0.075$ . En la Figura 3.21b se presenta la evolución temporal de la integral de la energía cinética turbulenta adimensional para toda la altura del ca-

nal. En este caso los máximos se encuentran atrasados respecto a  $\omega t = 90^\circ$ , debiéndose esto a la forma inclinada de los contornos en la [Figura 3.19](#) producto de la inercia del centro del canal. En ambas Figuras, [3.21a](#) y [3.21a](#), se observa que el comportamiento para  $\alpha = 0$  no es sinusoidal, a pesar de ser simétrico en ambos hemisiclos. Al aumentar la componente de correntada el segundo máximo disminuye, y para  $\alpha = 0.2$  la evolución respeta un comportamiento sinusoidal de la mitad de la frecuencia. El aumento del comportamiento sinusoidal es coherente con lo observado en las Figuras [3.15](#) y [3.16](#). Es interesante observar que para la evolución del corte en la pared, [Figura 3.14](#), también se presenta un aumento en la linealidad del mismo al aumentar la componente de correntada, sin embargo la frecuencia de éste corresponde a  $\omega$  y no a  $\omega/2$  como para la TKE.

Recordando la ec. (2.16) la ecuación de balance de la energía cinética turbulenta puede escribirse como

$$\frac{\bar{D}k}{Dt} = \mathcal{P} - \varepsilon - \nabla \cdot T', \quad (3.2)$$

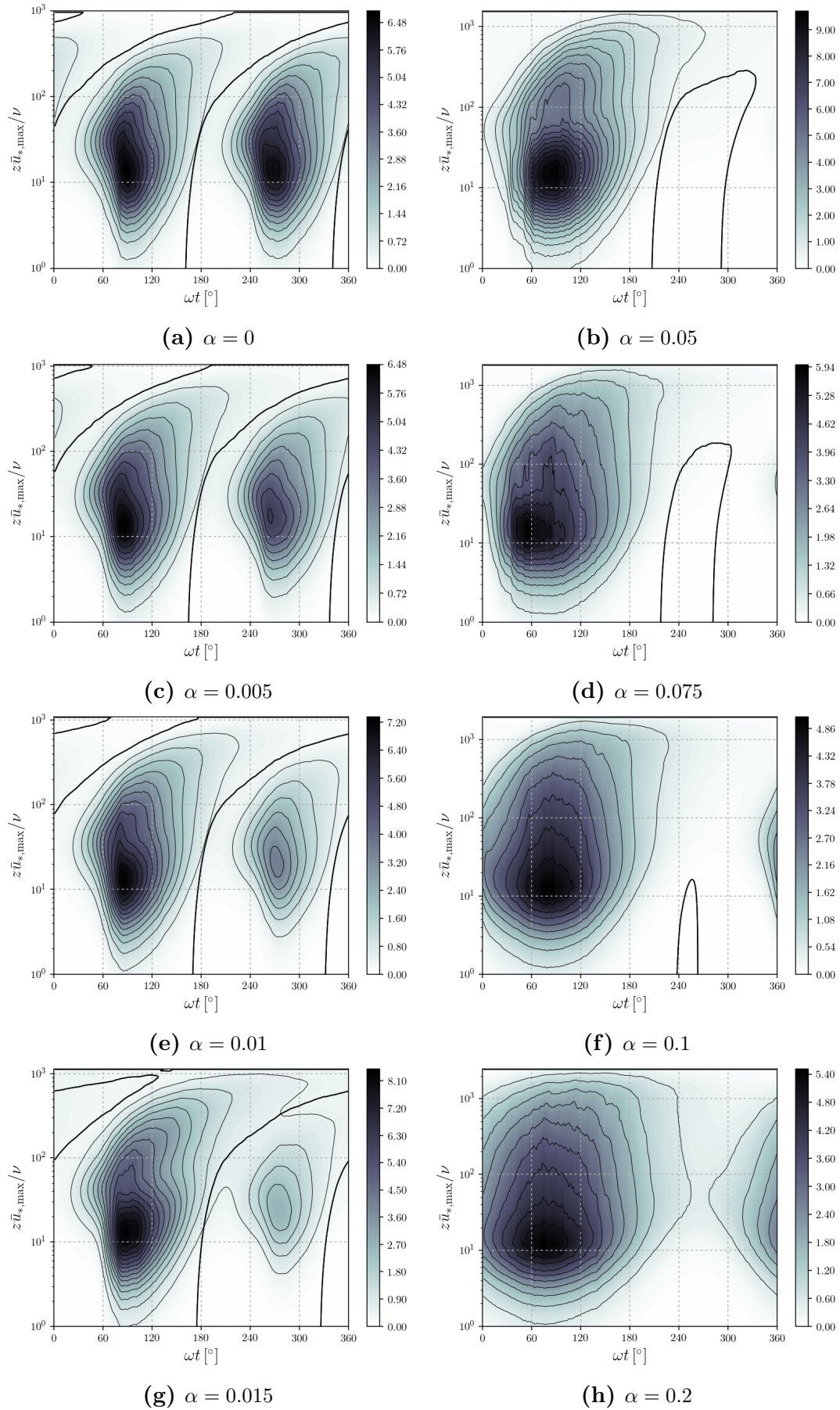
donde  $\bar{D}k/Dt$  es la derivada total de  $k$ ,  $\nabla \cdot T'$  es el transporte total neto de TKE,  $\mathcal{P}$  es la producción y  $\varepsilon$  es la disipación viscosa de TKE. Para los casos simulados la derivada total se reduce simplemente a la derivada temporal local  $\partial k/\partial t$ . El transporte total se puede, además, separar en los tres términos que lo conforman, el transporte viscoso  $\nabla \cdot T'_v$ , por convección turbulenta  $\nabla \cdot T'_T$  y por presión  $\nabla \cdot T'_P$ .

Las Figuras [3.23](#) y [3.24](#) muestran los gráficos espacio-tiempo de la producción adimensional  $\nu/\bar{u}_{*,\text{máx}}^4$

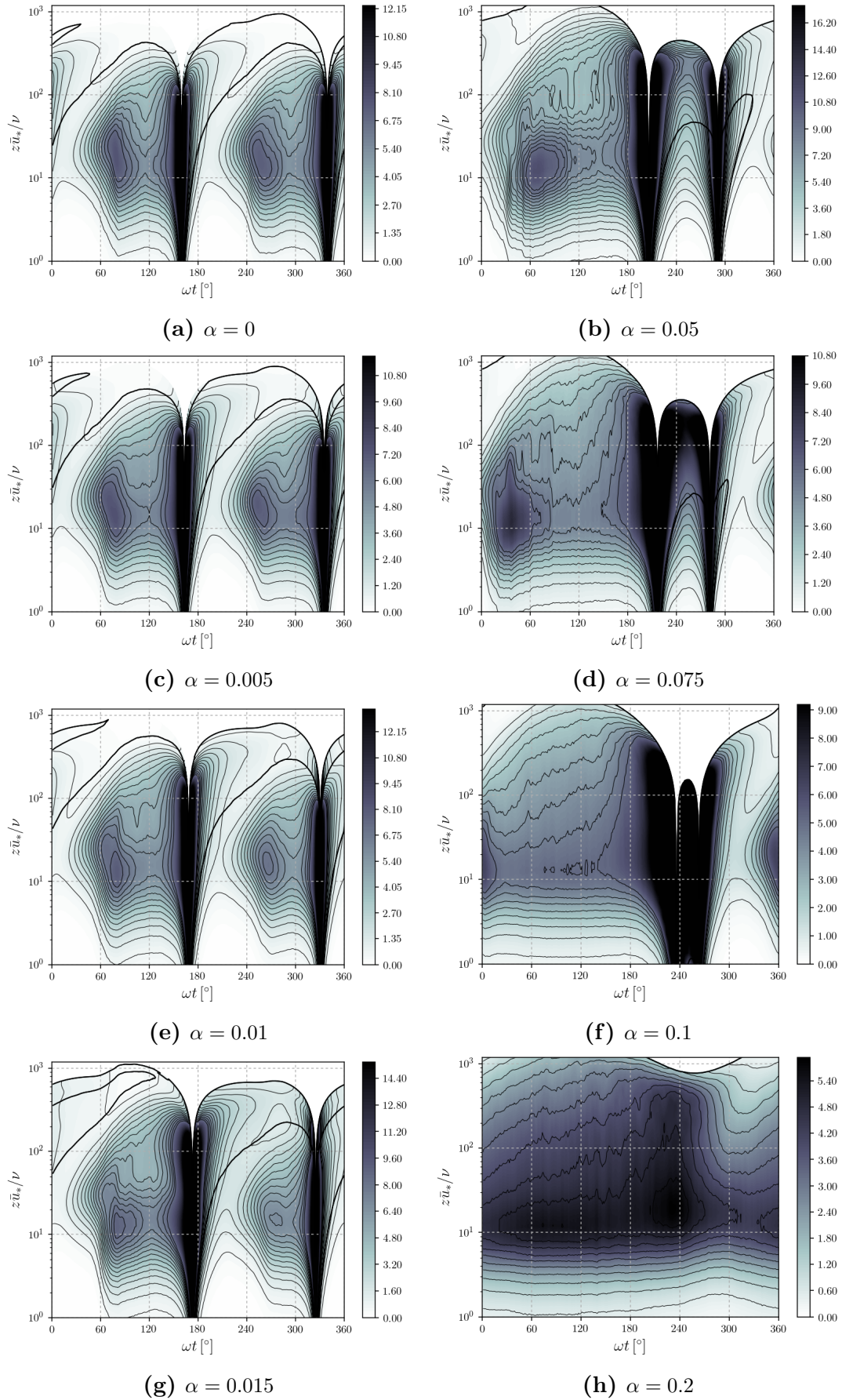
P y  $\nu/\bar{u}_{*}^4 P$ , las Figs. [3.25](#) y [3.26](#) la disipación viscosa adimensional  $-\nu/\bar{u}_{*,\text{máx}}^4 \varepsilon$  y  $-\nu/\bar{u}_{*}^4 \varepsilon$  y en las Figs. [3.27](#) y [3.28](#) el transporte total de TKE  $\nu/\bar{u}_{*,\text{máx}}^4 \nabla \cdot T'$  y  $\nu/\bar{u}_{*}^4 \nabla \cdot T'$ . La derivada  $\partial k/\partial t$  presenta valores sumamente bajos durante todo el ciclo de oscilación, por lo que se omiten sus gráficos.

En el caso de la producción, [Figura 3.23](#), se observa que para todos los casos el máximo se mantiene a una altura constante de  $z\bar{u}_{*,\text{máx}}/\nu \simeq 10$ . La diferencia entre el cero de corte viscoso y el máximo de velocidad, visto en la [Figura 3.18](#), tiene como consecuencia una pequeña región de producción negativa, encerrada en la curva de nivel cero graficada. La sección del canal en que la producción es relevante se mantiene aproximadamente constante alrededor del máximo sin importar el valor de la componente de correntada. Sin embargo el segundo hemisiclo desaparece y el primero abarca mayor tiempo centrado en el máximo. Este comportamiento se repite en todos los gráficos espacio-tiempo expuestos. Al observar los mismo gráficos, pero utilizando  $\bar{u}_{*}$  para adimensionalizar, se observa que el máximo de producción, para todos los casos, se presenta en  $z\bar{u}_{*,\text{máx}}/\nu \simeq 10$ , de manera análoga al caso estacionario. Sin embargo,

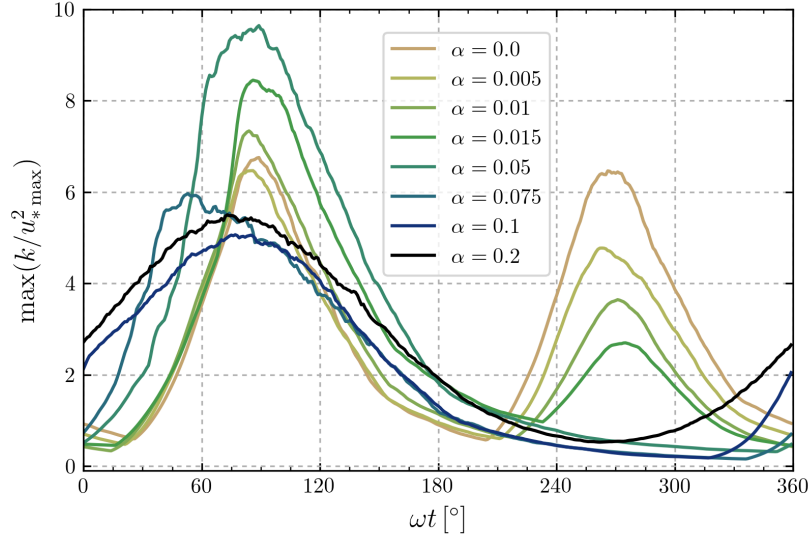




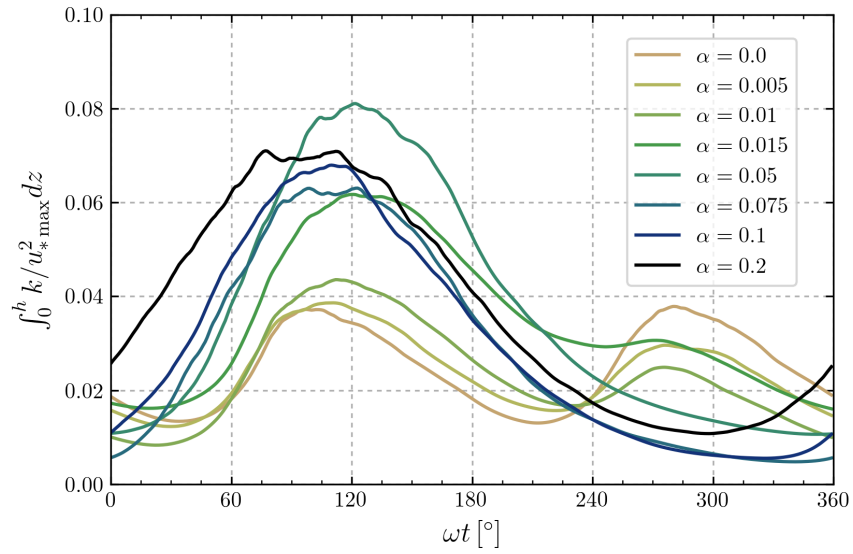
**Figura 3.19:** Gráficos espacio-tiempo de las curvas de nivel de la energía cinética turbulenta (TKE) promediada por fase ( $k/u_{*,\text{máx}}^2$ ). Las curvas se grafican cada 0.5 unidades adimensionales. Las líneas negras indican la ubicación de los extremos de la velocidad en cada fase (ver Figura 3.12).



**Figura 3.20:** Gráficos espacio-tiempo de las curvas de nivel de la energía cinética turbulenta (TKE) promediada por fase ( $k/\bar{u}_*^2$ ). Las curvas se grafican cada 0.5 unidades adimensionales. Las líneas negras indican la ubicación de los extremos de la velocidad en cada fase (ver [Figura 3.12](#)).



(a)



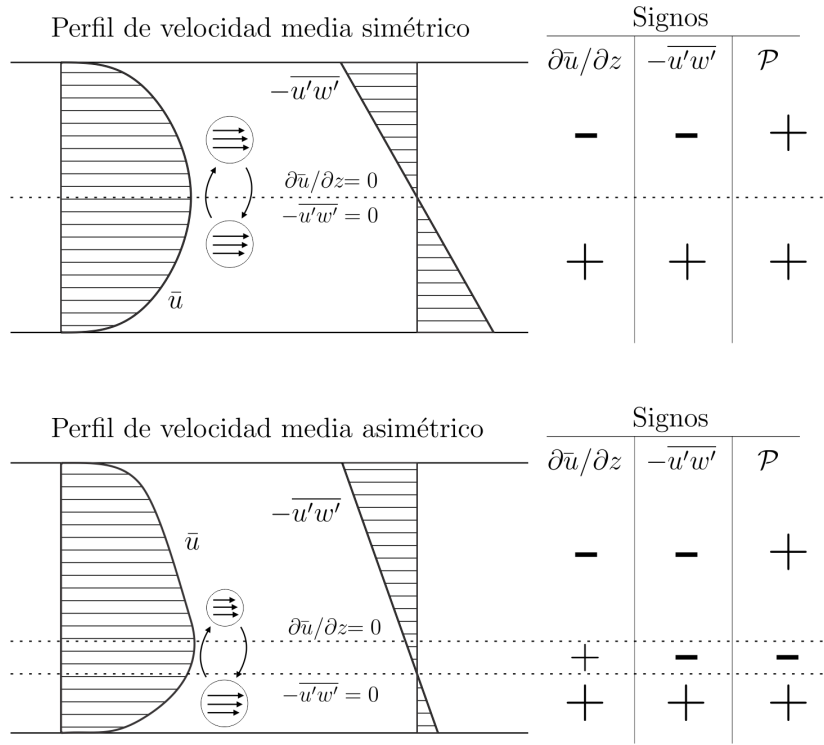
(b)

**Figura 3.21:** Evolución temporal de (a) el máximo de la energía cinética turbulenta  $\max(k/u_{* \max}^2)$  y de (b) la integral de la energía cinética turbulenta en toda la altura del canal  $\int_0^h (k/u_{* \max}^2) dz$ .

y de la misma forma que se observó en los gráficos de TKE, en los casos dominados por la oscilación se produce un primer máximo de producción coincidente con el inicio del estallido de turbulencia,  $\omega t \simeq 80^\circ$ . Sorprendentemente este máximo se produce a mayor distancia de la pared que los máximos de producción para el resto del ciclo. En el segundo hemicycle este primer máximo se pierde al aumentar  $\alpha$ . Para  $\alpha = 0.2$ , al no cruzar por cero la velocidad de corte, el comportamiento de la producción es similar al caso estacionario, sin poderse observar una influencia de la componente oscilatoria. En la [Figura 3.5](#) se observa que la turbulencia está presente durante todo el ciclo de oscilación, lo que se es compatible con la presencia de producción durante todo el ciclo que se puede observar.

Es apropiado analizar el significado de la producción negativa durante el ciclo. A modo de ejemplo, comparemos esquemáticamente un canal con perfil simétrico y asimétrico de velocidad media, [Figura 3.22](#). En el primer caso la tasa de transferencia de momento alrededor de la línea del máximo de velocidad (o, de manera equivalente, la línea de gradiente nulo de la misma) es de la misma magnitud, por lo que las tensiones de Reynolds son simétricas respecto a dicha línea. Al analizar los signos de  $\partial \bar{u} / \partial z$  y  $-\overline{u'w'}$  se tiene que la producción de TKE es siempre positiva, por lo que la energía es transferida de las escalas macroscópicas del flujo medio hacia las escalas turbulentas. En cambio, para el caso asimétrico se tiene que alrededor de la línea de gradiente nulo de velocidad la tasa de transferencia de momento es desigual, debido a la mayor velocidad media debajo de la misma (en este ejemplo en particular). A causa de esto la altura para la cual se tiene una transferencia nula de momento o, lo que es lo mismo, la altura para la cual las tensiones de Reynolds medias son nulas se encuentra desplazada hacia alturas menores. En la región entre ambas líneas, debido al signo opuesto de  $\partial \bar{u} / \partial z$  y  $-\overline{u'w'}$ , se da producción de TKE negativa. Esto significa que existe una transferencia de energía desde las escalas turbulentas hacia el flujo medio. Es importante destacar que modelos de turbulencia basados en una viscosidad turbulenta  $\nu_t$  (*eddy viscosity*,  $-\overline{u'w'} = \nu_t \partial \bar{u} / \partial z$ ) obligan a que los ceros de  $\partial \bar{u} / \partial z$  y  $-\overline{u'w'}$  sean coincidentes, producto de que la viscosidad turbulenta debería ser infinita si los mismos no coincidieran e inclusive tomar valores negativos.

Por su parte, la disipación viscosa  $\varepsilon$ , [Figura 3.25](#), presenta el comportamiento esperado, con máximos en la pared. Si se adimensionaliza con la velocidad de corte correspondiente a la fase, [Figura 3.26](#), los gráficos para  $\alpha = 0.005$  a  $0.015$  son similares al caso puramente oscilatorio. Para  $\alpha$  mayores se puede ver que el primer máximo se adelanta desde  $\omega t \simeq 80^\circ$  en  $\alpha = 0.015$  hasta  $0^\circ$  en  $\alpha = 0.1$ . Para  $\alpha = 0.2$ , [Figura 3.26h](#), se presenta disipación viscosa para todo el ciclo de oscilación, mostrándose como bandas horizontales de igual magnitud en el gráfico espacio tiempo. Sin embargo, a diferencia de la producción, el efecto de la oscilación es apreciable.

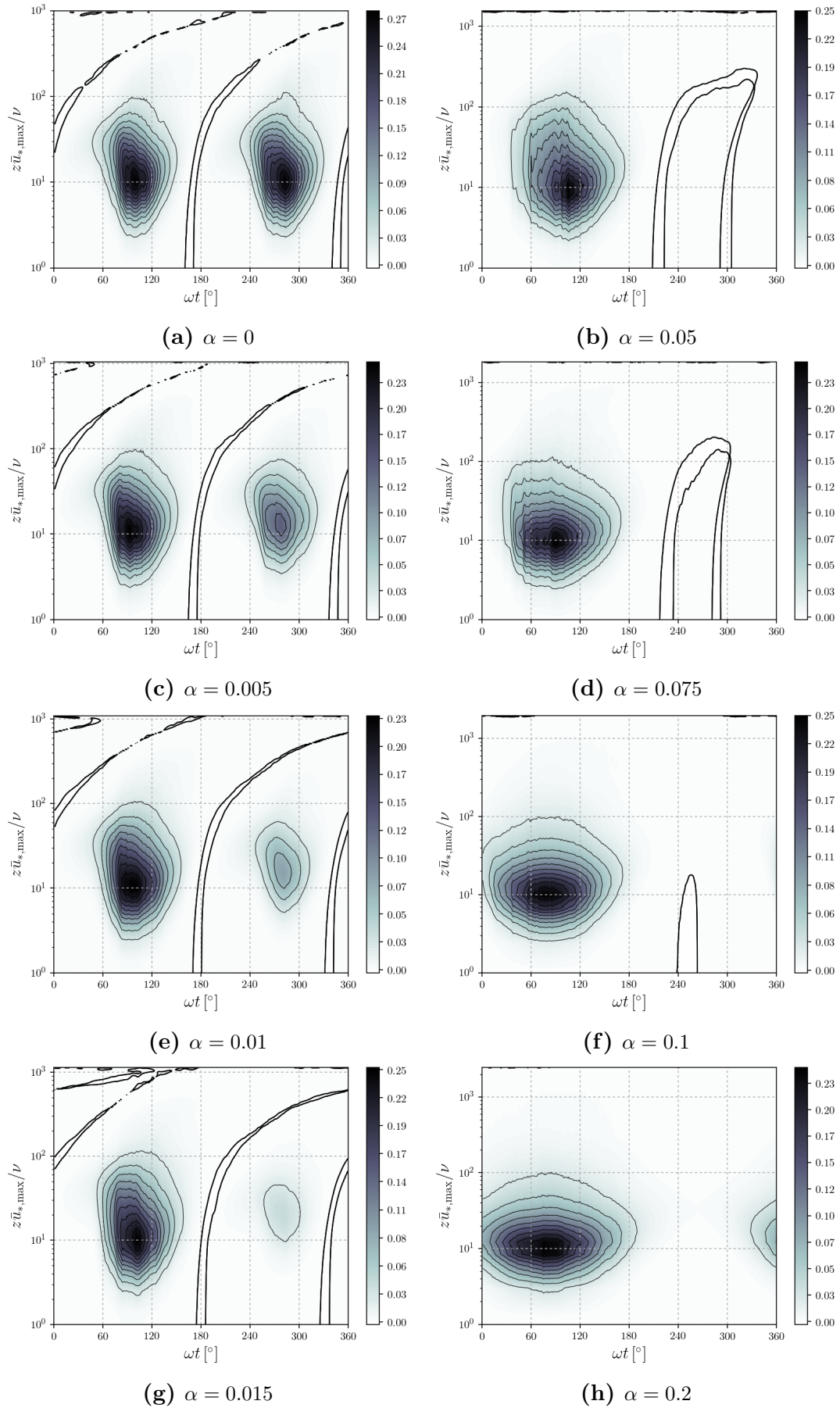


**Figura 3.22:** Esquema comparativo entre un canal con perfiles simétricos y asimétricos de velocidad media, dando lugar a una zona de producción de TKE negativa.

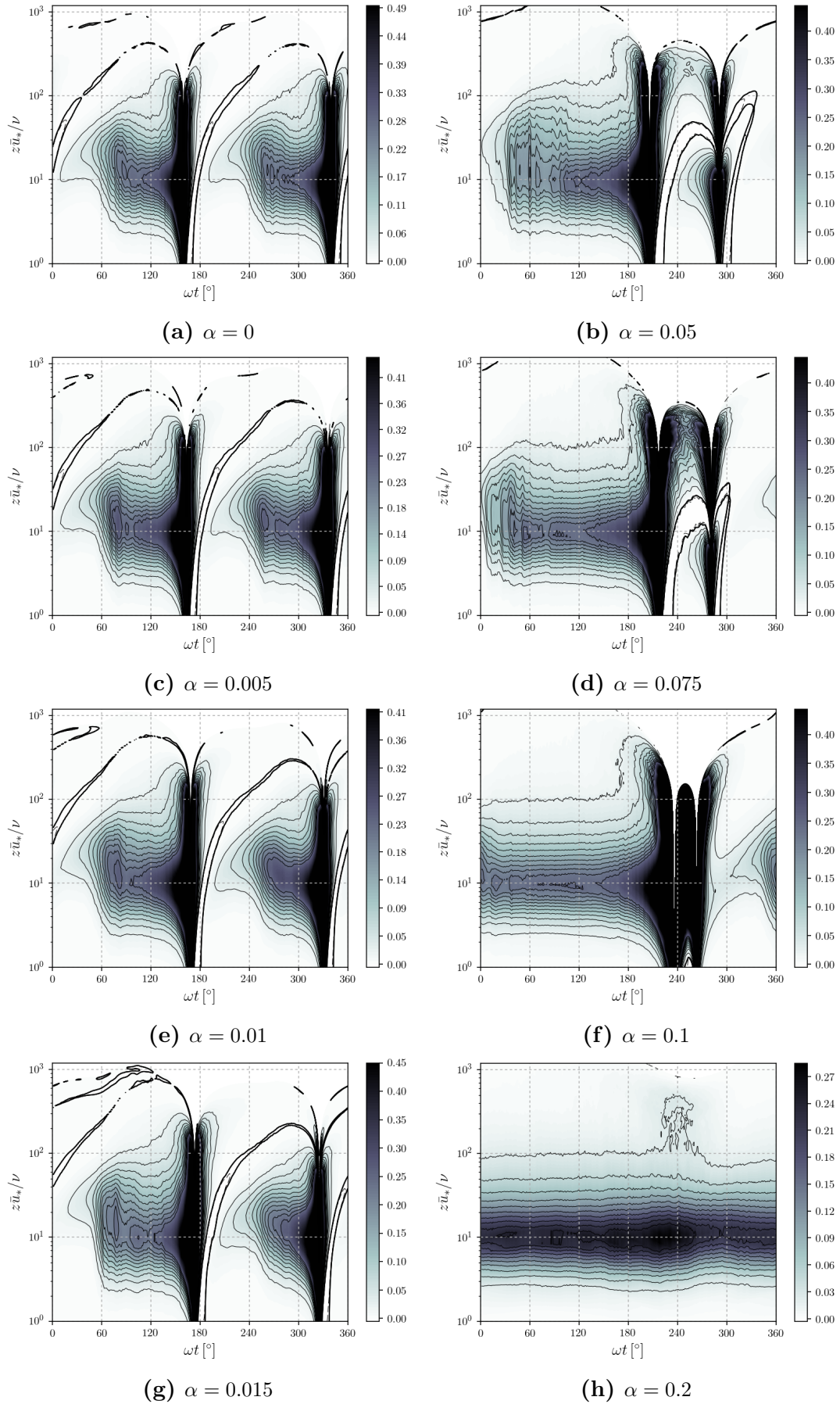
El transporte total de TKE,  $-\nabla \cdot T'$ , [Figura 3.27](#), muestra un máximo fuerte en la región entre el máximo de producción y de disipación, por debajo de  $z\bar{u}_{*,\text{máx}}/\nu \simeq 20$ , transportando el exceso de energía cinética turbulenta en dirección a la pared donde es disipado. Utilizando  $\bar{u}_*$  como escala de velocidad, [Figura 3.28](#), se observa un comportamiento similar al visto para la disipación al aumentar la componente de correntada. Para  $\alpha = 0.2$ , [Figura 3.28h](#), es destacable que si bien la influencia de la oscilación es perceptible, la curva de nivel cero para la cual el transporte total es nulo se mantiene a una altura constante de  $z\bar{u}_*/\nu \simeq 5.5$ .

En la [Figura 3.29](#) se muestran los perfiles de los términos del balance de TKE en el canal para las fases  $\omega t = 90^\circ$  en la zona cercana a la pared. Todas las cantidades se encuentran adimensionalizadas con  $\nu/u_{*,\text{máx}}^4$ , al igual que en las figuras anteriores. Además se incluyen, en color gris, los términos que componen el transporte de TKE,  $(\nabla \cdot T')_p$ ,  $(\nabla \cdot T')_T$  y  $(\nabla \cdot T')_V$ . Se seleccionaron los casos correspondientes a  $\alpha = 0.005$ , 0.05 y 0.2, correspondiendo al régimen dominado por la oscilación, de transición y por la correntada, respectivamente. Se observa que los comportamientos son equivalentes, correspondiendo a la fase aproximada de mayor velocidad y mayor producción de turbulencia para todos los casos. Los comportamientos para todos los valores de  $\alpha$  son equivalentes, asemejándose al caso estacionario. Se presenta un pico de producción en  $zu_{*,\text{máx}}/\nu \simeq 10$  compensado con máximo del transporte hacia la pared. La disipación es máxima en la pared y luego decae, mientras que la contribución del gradiente local de

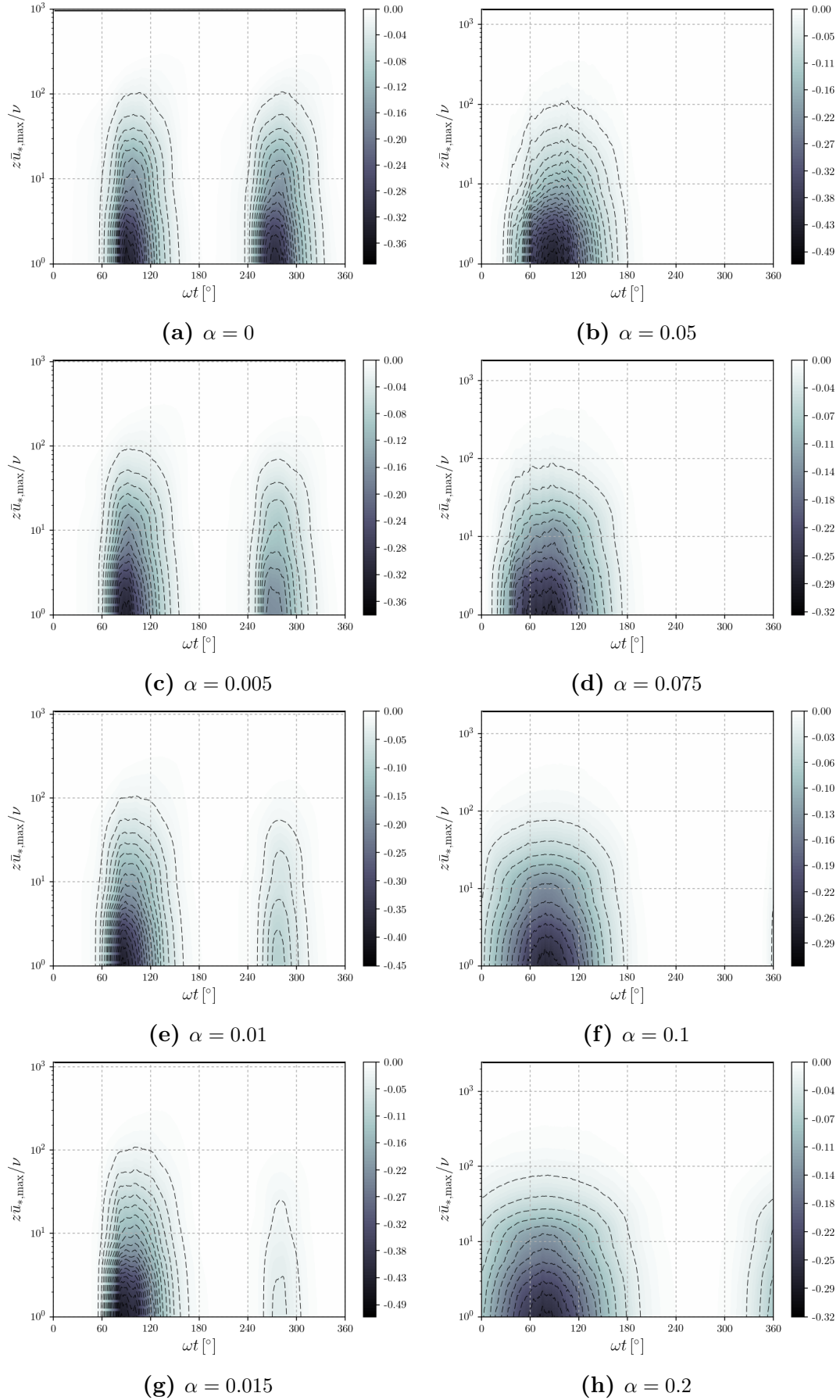




**Figura 3.23:** Gráficos espacio-tiempo de las curvas de nivel de la producción de la energía cinética  $\nu/u_{*,\max}^4 \mathcal{P}$ . Las curvas se presentan cada 0.02 unidades adimensionales. En negro, la curva de nivel cero, encerrando una pequeña área de producción negativa.

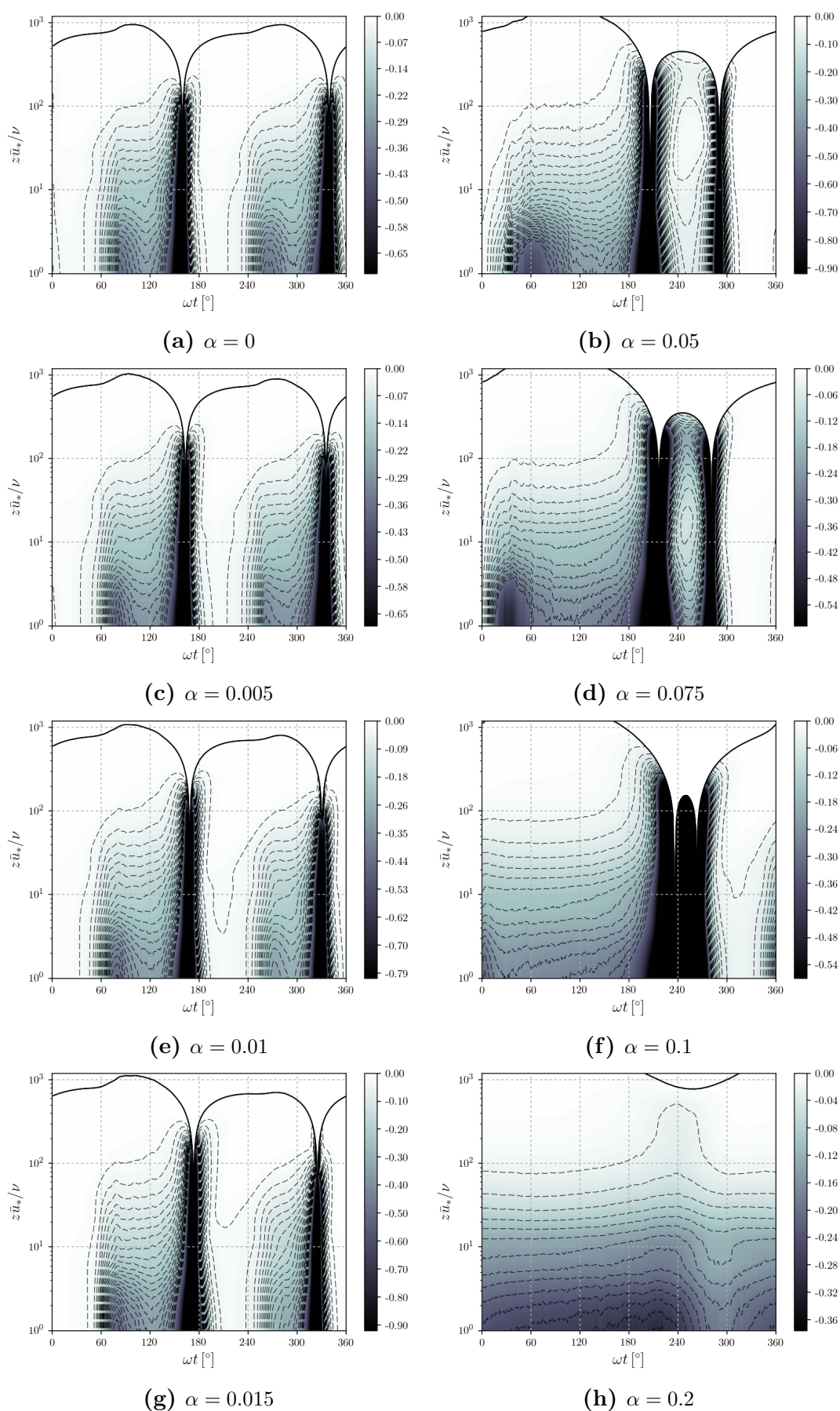


**Figura 3.24:** Gráficos espacio-tiempo de las curvas de nivel de la producción de la energía cinética  $\nu/\bar{u}_*^4 \mathcal{P}$ . Las curvas se presentan cada 0.02 unidades adimensionales. En negro, la curva de nivel cero, encerrando una pequeña área de producción negativa.

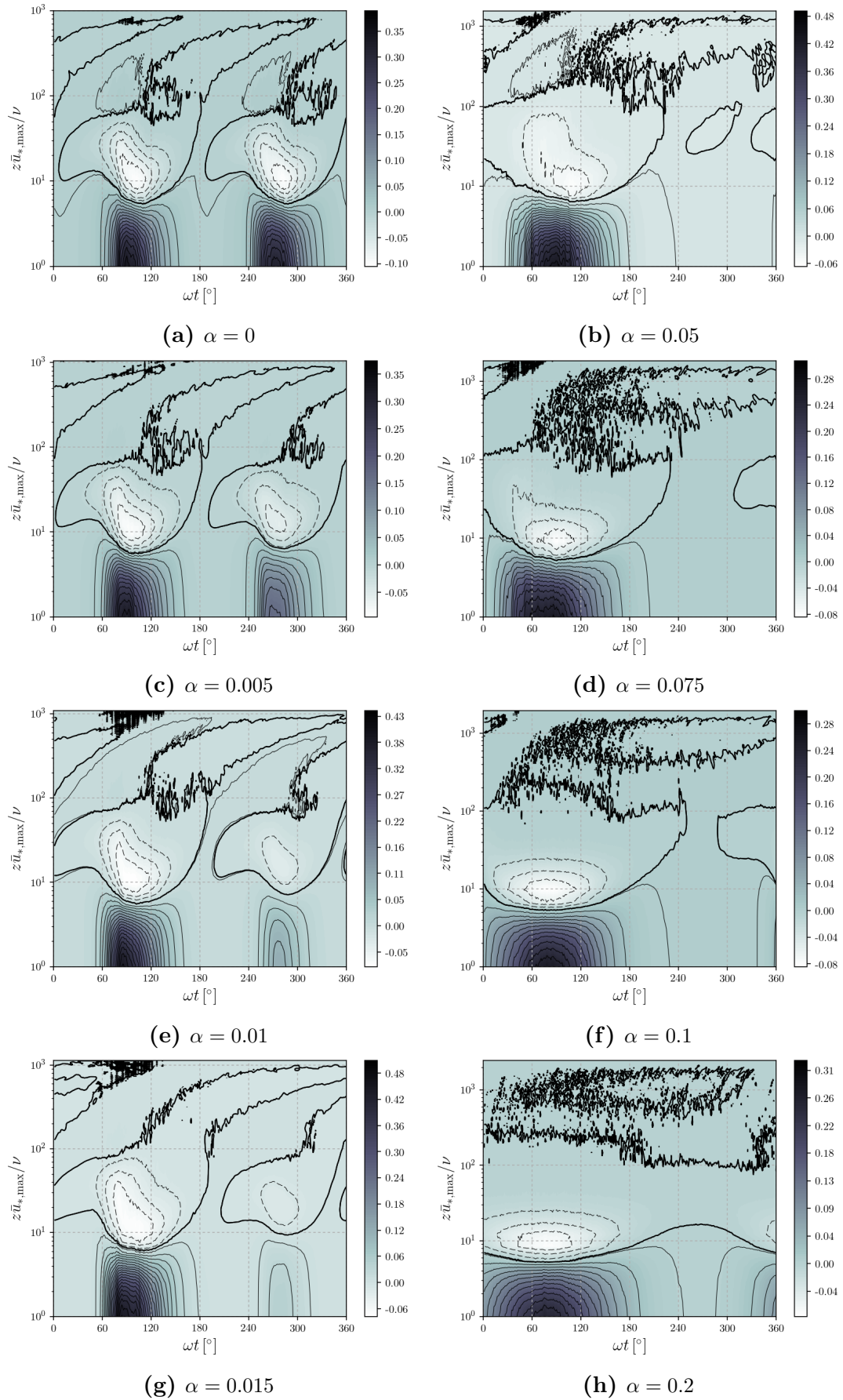


**Figura 3.25:** Gráficos espacio-tiempo de las curvas de nivel de la disipación viscosa  $-\nu/u_{*,\max}^4 \varepsilon$ . Las curvas se presentan cada 0.02 unidades adimensionales.

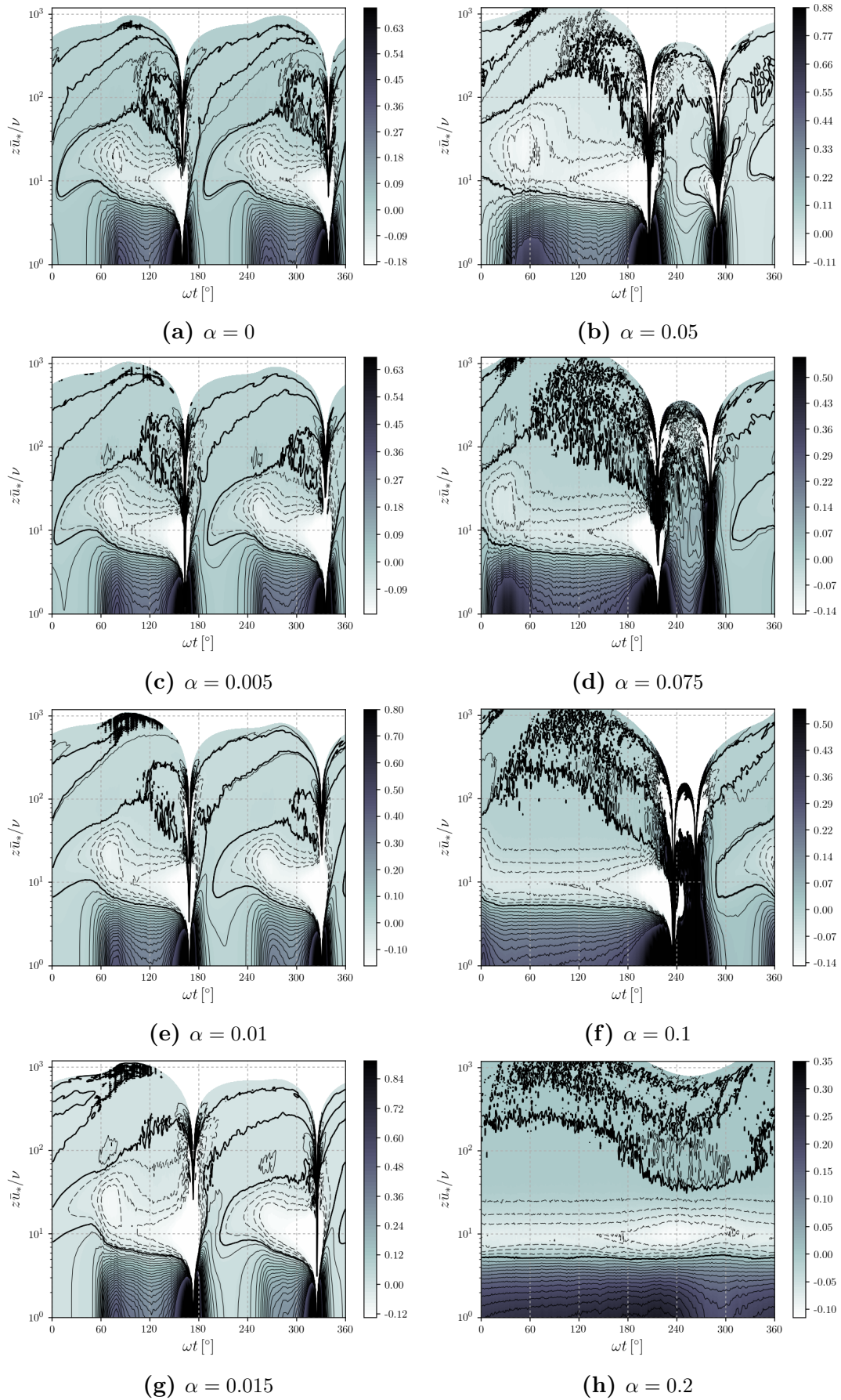




**Figura 3.26:** Gráficos espacio-tiempo de las curvas de nivel de la disipación viscosa  $-\nu/\bar{u}_*^4 \varepsilon$ . Las curvas se presentan cada 0.02 unidades adimensionales.



**Figura 3.27:** Gráficos espacio-tiempo de las curvas de nivel del total de transporte de energía cinética turbulenta  $\nu/u_{*,\text{máx}}^4 \nabla T'$ . Las curvas se presentan cada 0.1 unidades adimensionales. En negro, la curva de nivel cero.



**Figura 3.28:** Gráficos espacio-tiempo de las curvas de nivel del total de transporte de energía cinética turbulenta  $\nu/\bar{u}_*^4 \nabla T'$ . Las curvas se presentan cada 0.1 unidades adimensionales. En negro, la curva de nivel cero.



TKE es menor para esta fase. En cuanto a los términos que componen el transporte, en la pared el transporte por difusión viscosa es dominante, con un pico del transporte convectivo en  $zu_{*,\text{máx}}\nu \simeq 4$ . El transporte por presión es despreciable. La única diferencia entre todos los casos son las magnitudes, presentando el caso de transición los valores mayores, mientras que el caso dominado por la corriente es el menor.

En las Figuras 3.30 y 3.31 se muestran los perfiles para la fase  $\omega t = 0^\circ$  en la región cercana a la pared y toda la altura del canal, respectivamente. Alrededor de esta fase se presenta la menor cantidad de TKE de todo el ciclo para el caso dominado por la oscilación, de las Figuras 3.19 y 3.21. Para  $\alpha = 0.005$  cerca de la pared se ve que todos los términos son dos ordenes de magnitud menores que para  $\omega t = 90^\circ$ . Se tiene un máximo de producción en  $zu_{*,\text{máx}}\nu \simeq 20$ , luego decae e incluso toma valores negativos entre  $zu_{*,\text{máx}}\nu \simeq 38$  y 58 por las razones ya expuestas en la sección anterior. Sin embargo es importante notar que los valores negativos son pequeños, y la energía transportada de la turbulencia al flujo medio es despreciable. En esta región la difusión es compensada por el transporte y la derivada local  $\partial k / \partial t$ , que reemplaza el transporte al entrar en el canal. En cuanto a los términos de transporte se observa que el transporte por presión es más importante que el convectivo en las cercanías a la pared. Para  $\alpha = 0.2$  el comportamiento es idéntico que para  $\omega t = 90^\circ$ , como es de esperar al ver las Figuras 3.19-3.27. Sin embargo, la contribución de la derivada local de TKE tiene un pico de mayor importancia en  $zu_{*,\text{máx}}\nu \simeq 5$ , donde es del mismo orden que el transporte total. Por su parte para  $\alpha = 0.2$  se observa un comportamiento de transición, con valores del orden de los vistos  $\alpha = 0.005$  y perfiles similares a los de  $\alpha = 0.2$  a mayor distancia de la pared. Por ejemplo, el pico de producción de  $zu_{*,\text{máx}}\nu \simeq 10$  se presenta en  $zu_{*,\text{máx}}\nu \simeq 50$ .

Observando el comportamiento en toda la altura del canal, Figura 3.31, para el caso dominado por las oscilaciones se tiene un segundo máximo de producción en  $zu_{*,\text{máx}}\nu \simeq 300$ , región en la que además todos los términos de la ecuación de balance de TKE son del mismo orden. Este máximo es compatible con una capa de corte dentro del canal, explicando la forma inclinada de la TKE en los gráficos espacio-tiempo 3.19. Además, cerca de  $zu_{*,\text{máx}}\nu \simeq 100$  la diferencia entre producción y difusión es completamente balanceada por la derivada local  $\partial k / \partial t$  siendo el transporte total despreciable. Además, dentro del canal el termino dominante de transporte es claramente el convectivo, con los otros términos un orden menor. Para  $\alpha = 0.05$  y  $\alpha = 0.2$  los perfiles son equivalentes, con la diferencia que para el caso intermedio los picos se presentan a mayor distancia de la pared.

En las Figuras 3.32 y 3.33 se muestran los perfiles para la fase  $\omega t = 270^\circ$  en la región cercana a la pared y toda la altura del canal, respectivamente. Esta fase corresponde a

los alrededores de la fase de menor energía cinética turbulenta en el caso dominado por la corriente, de las Figuras 3.19 y 3.21. Para esta condición el comportamiento es similar al observado en  $\omega t = 90^\circ$ , con los picos a mayor distancia de la pared. Para  $\alpha = 0.05$  el comportamiento es también equivalente al del caso dominado por la corriente, pero con valores un orden menor y mayor importancia de la derivada local de TKE al adentrarse en el canal.

Viendo toda la altura del canal, Figura 3.33, en el caso de transición se presenta un máximo de producción en  $zu_{*,\text{máx}}\nu \simeq 750$ , donde además todos los términos son del mismo orden. Es interesante observar que la derivada local nunca llega a reemplazar completamente el termino de transporte, como en el caso netamente oscilatorio en  $\omega t = 0^\circ$  y lo esperable de un comportamiento cuasiestático. Además en el centro del canal todos los términos, salvo el de producción, no convergen a valores nulos, indicando comportamientos turbulentos en todo el canal para esta fase. Para  $\alpha = 0.005$  y  $\alpha = 0.2$  los comportamientos son idénticos a  $\omega t = 90^\circ$ , con la diferencia que en el caso dominado por la corriente los valores son varios órdenes de magnitud menores y en el interior del canal la presencia de producción y difusión son considerables. Para  $\alpha = 0.05$  se observa la presencia de una nueva capa de corte dentro del canal, de manera equivalente al caso dominado por la oscilación en  $\omega t = 0^\circ$ . La misma se puede observar de manera más clara en la Figura 3.34 que muestra los perfiles para dicho caso en distintas fases. Exceptuando los perfiles de  $0$  y  $45^\circ$  en el resto se puede ver la capa de corte presente lejos de pared, por ejemplo entre  $z/h \simeq 0.15$  y  $0.8$  para  $\omega t = 180^\circ$ .

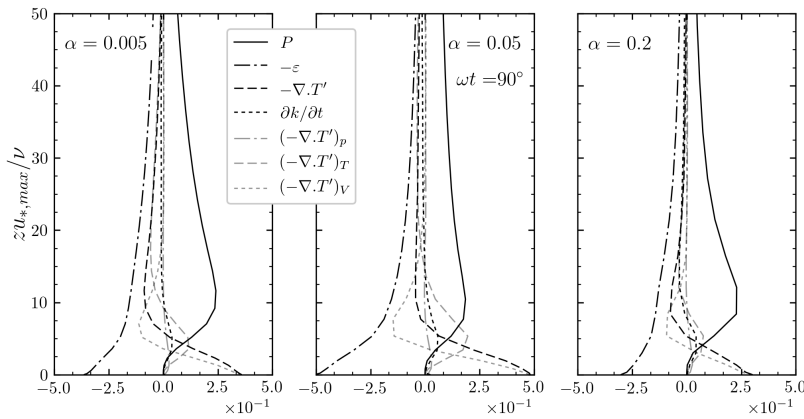
En la Figura 3.35 se muestra la evolución términos de los distintos términos del balance de TKE para seis alturas distintas dentro del canal. Para facilitar la rápida comparación entre los distintos casos, se eligieron las alturas en función de  $z/h$ . En el caso dominado por la oscilación,  $\alpha = 0.005$ , es claro que el efecto de la correntada solo tiene el efecto de disminuir los valores de los términos en el segundo hemicycle de oscilación. Para un análisis detallado de la evolución temporal de los términos del balance de TKE para el caso puramente oscilatorio, válido para esta condición, ver [24].

En el caso de  $\alpha = 0.05$ , Figura 3.35b, se puede ver que los máximos debidos al segundo hemicycle desaparecen en su totalidad, como ya se había visto en las Figuras 3.19 a 3.27. Además, la forma de la evolución temporal posee una mayor simetría respecto a su máximo. Muy cerca de la pared,  $z/h = 0.25\%$ , la difusión es completamente balanceada por el transporte convectivo. Para  $z/h = 0.75\%$  la producción pasa a ser dominante y el transporte disminuye volviéndose negativo y dominado por el termino viscoso. El exceso de producción que no es transportado y difundido contribuye a crear un pico de  $\partial k / \partial t$  en  $\omega t = 80^\circ$ . En  $z/h = 2.5\%$  la difusión es comparable al transporte

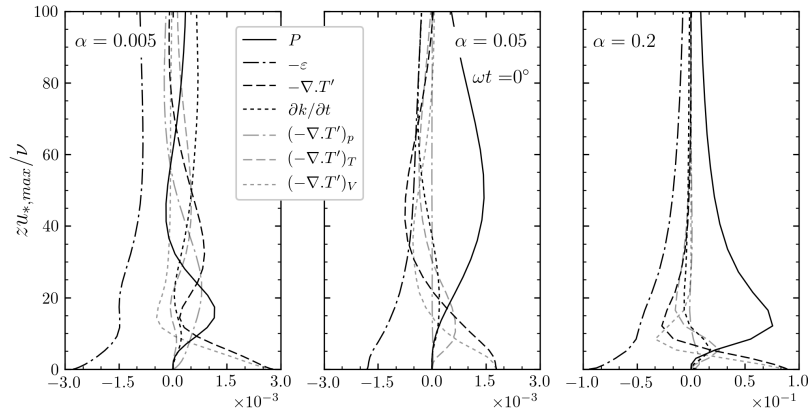
hasta  $\omega t = 60^\circ$ , luego éste disminuye y la derivada local de TKE se hace relevante. Además, el transporte se encuentra adelantado aproximadamente  $60^\circ$  a la difusión y producción.

Alejándose de la pared, en  $z/h = 12.5\%$ , todos los términos del balance de energía cinética turbulenta son un orden menor. El transporte turbulento y  $\partial k/\partial t$  son comparables, presentando máximos cerca de  $60^\circ$  antes que los de  $\mathcal{P}$  y  $\varepsilon$ . Más cerca del centro del canal, en  $z/h = 50\%$ , los términos disminuyen otro orden de magnitud. El atraso respecto a la pared ya es evidente, pero el comportamiento es similar a la altura anterior. Finalmente, en el centro del canal con  $z = h$  la producción desaparece completamente (algo esperable al depender de  $\partial u/\partial z$ ) y el balance, otro orden de magnitud menor, es completamente dominado por el transporte y la difusión. Todos los miembros del balance de energía cinética turbulenta se encuentran atrasados  $\sim 90^\circ$  respecto a sus valores cerca de la pared.

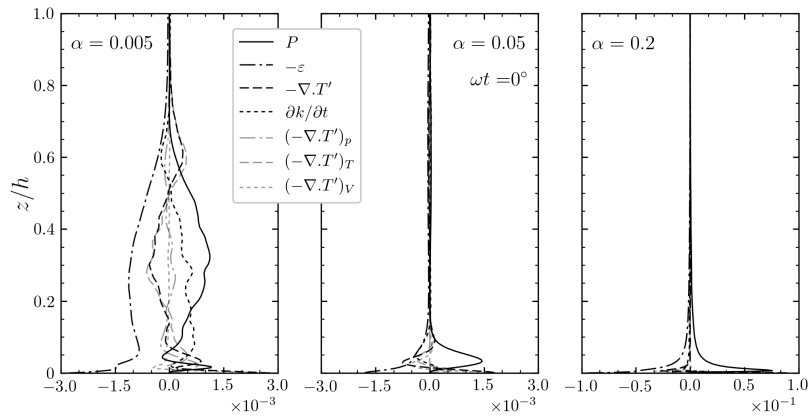
En la [Figura 3.35c](#), correspondiente a la evolución temporal de  $\alpha = 0.2$ , se observa que la derivada local de TKE,  $\partial k/\partial t$  es, generalmente, del mismo orden o superior al transporte total. Además, el atraso de los miembros del balance de TKE para las alturas cercanas al centro del canal respecto a las cercanías de la pared es menor que para el caso de  $\alpha = 0.05$ , de unos  $\sim 50^\circ$ . También, como ya se había visto, la variación temporal de cada término para una dada altura es menor, asemejándose más al flujo estacionario en un canal.



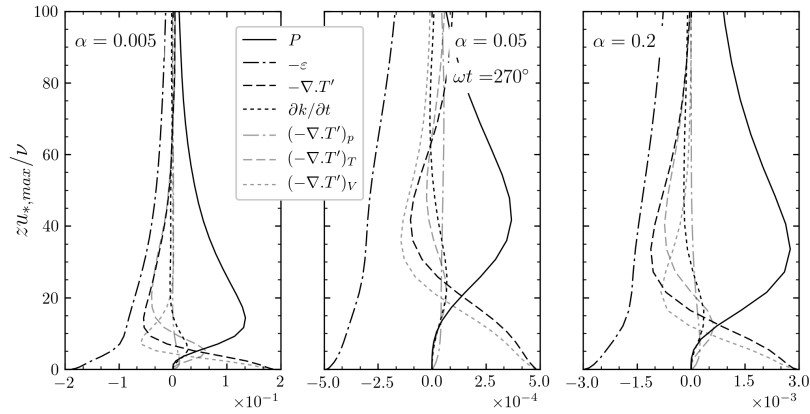
**Figura 3.29:** Perfiles adimensionales de los términos balance de energía cinética turbulenta para la fase  $\omega t = 90^\circ$ , en negro, para valores seleccionados de  $\alpha$ . En gris, los distintos términos del transporte de TKE. Las cantidades se encuentran adimensionalizadas con  $\nu/u_{*,\text{máx}}^4$ . Se muestra la zona cercana a la pared del canal.



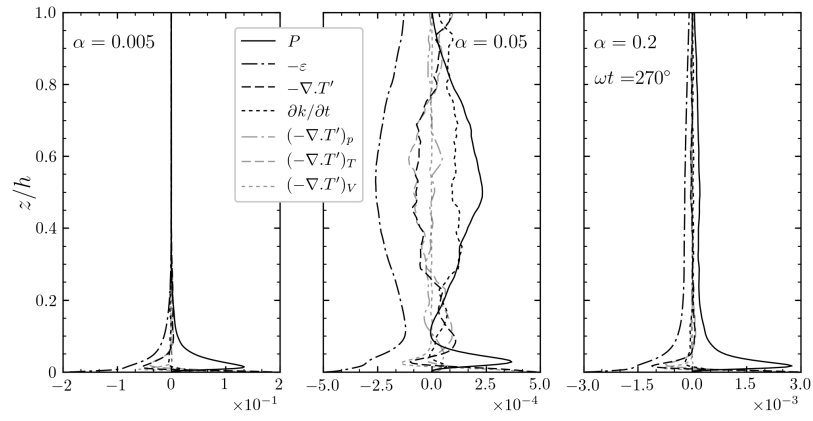
**Figura 3.30:** Perfiles adimensionales de los términos balance de energía cinética turbulenta para la fase  $\omega t = 0^\circ$ , para la zona cercana a la pared del canal.



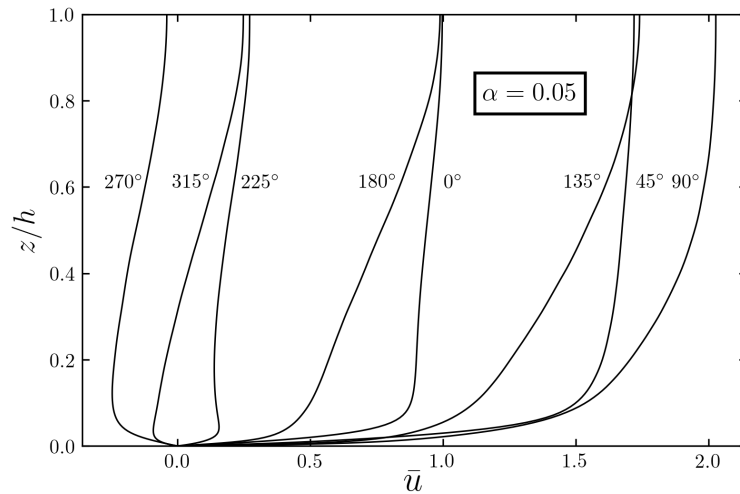
**Figura 3.31:** Perfiles adimensionales de los términos balance de energía cinética turbulenta para la fase  $\omega t = 0^\circ$ , para toda la altura del canal.



**Figura 3.32:** Perfiles adimensionales de los términos balance de energía cinética turbulenta para la fase  $\omega t = 270^\circ$ , para la zona cercana a la pared del canal.

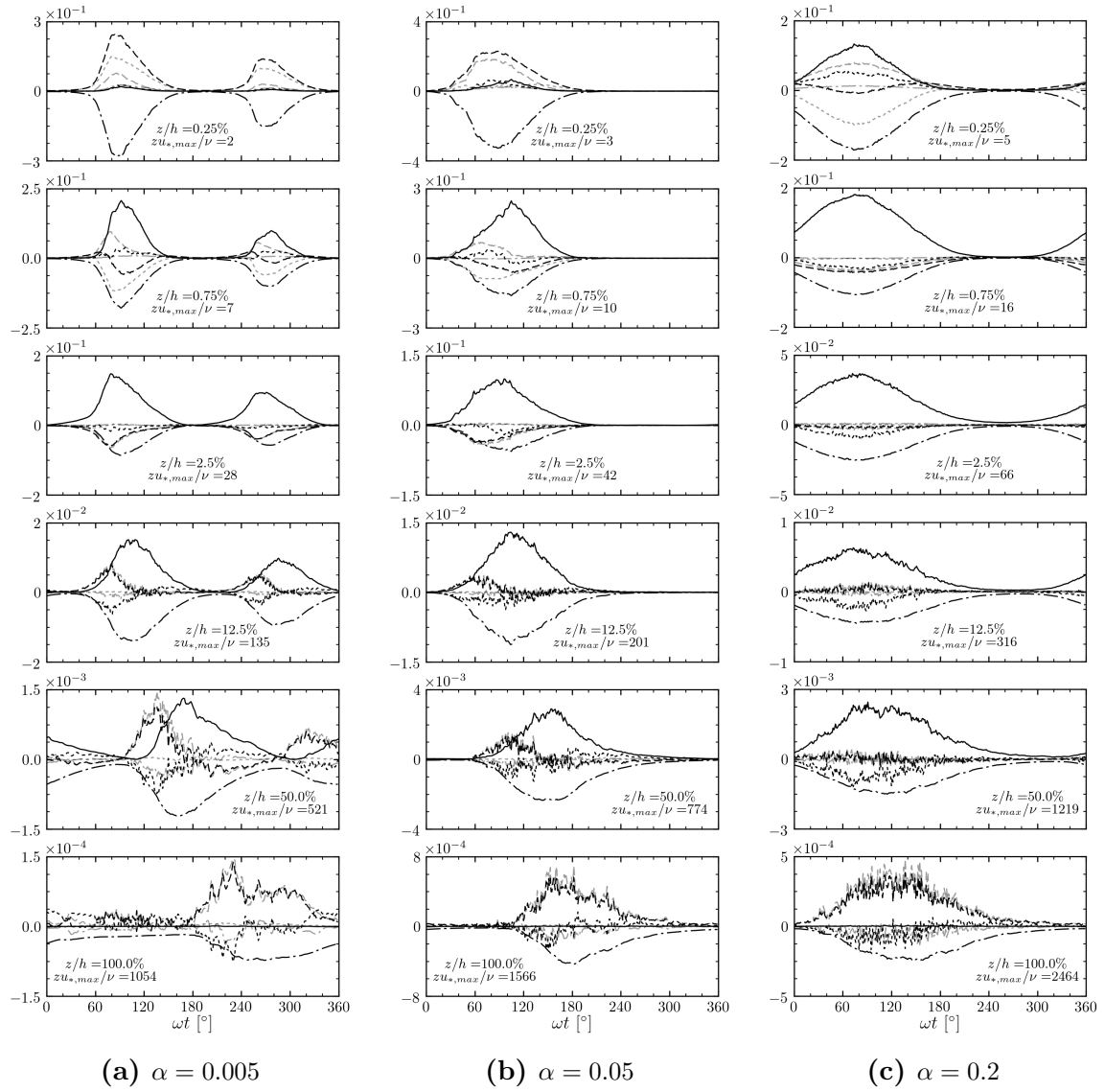


**Figura 3.33:** Perfiles adimensionales de los términos balance de energía cinética turbulenta para la fase  $\omega t = 270^\circ$ , para toda la altura del canal.



**Figura 3.34:** Perfiles de velocidad para distintas fases dentro del canal.





**Figura 3.35:** Evolución de los términos adimensionales del balance de energía cinética turbulenta para todo el ciclo, a distintas alturas del canal. Estilos de curvas definidos en la [Figura 3.29](#)

# Capítulo 4

## Conclusiones

Este trabajo presenta los resultados de las simulaciones directas de turbulencia (DNS) para flujo combinado en un canal con  $Re_\omega = u_\omega A/\nu = 4.95 \times 10^5$  y  $Re_* = \hat{u}_* h/\nu$  entre 280 y 1770, en el régimen de transición de turbulencia intermitente. La relación entre la amplitud de oscilación y la media de la velocidad en la línea central  $a_{uc}$  se varió entre 0.5 y 10, en el régimen de frecuencias de oscilación bajas. En primer lugar se realizó una validación del código con datos experimentales, arrojando la misma resultados satisfactorios.

Al observar las velocidades instantáneas en el canal es evidente el efecto de intermitencia de turbulencia debido al número de Reynolds elegido. Sin embargo, al aumentar la correntada estos efectos disminuyen y las inestabilidades duran aproximadamente todo el ciclo gracias a la mayor inercia del flujo y el aumento local del número de Reynolds basado en la velocidad de fricción. Además las cantidades turbulentas desaparecen en el segundo hemicycle de oscilación, producto de la menor velocidad media debido al efecto de la componente de correntada.

En cuanto al comportamiento de las velocidades medias se observa una transición del régimen dominado totalmente por la oscilación a un régimen cuasiestacionario modelado por la componente de correntada dominante. En la transición entre estos regímenes se observa el desarrollo de la capa límite oscilatoria, cuya influencia no queda restringida a la subcapa viscosa. Como consecuencia, se generan capas de corte dominadas por leyes logarítmicas distintas a las del flujo estacionario en un canal. Además, los perfiles de velocidades medias promediados en el tiempo caen por debajo a las de un flujo estacionario, demostrando un aumento del arrastre en el canal en lugar de la disminución esperada. Por su parte, al observar los perfiles de velocidad media correspondientes a cada fase adimensionalizados utilizando la velocidad de corte correspondiente se obtienen perfiles que obedecen la ley de pared y logarítmica solo

para el caso de  $\alpha = 0.2$ . Por su parte, la amplitud de oscilación de la velocidad se aleja del correspondiente a un caso puramente oscilatorio al aumentar la componente de correntada.

El corte en la pared presenta un comportamiento con no-linealidades importantes para los casos dominados por la oscilación, tendiendo a una evolución sinusoidal a lo largo del ciclo para correntadas mayores. Se muestra que esto se debe, principalmente, a los armónicos de orden superior presentes en los esfuerzos de Reynolds. Los valores de las amplitudes del corte en la pared en cada caso son siempre superiores a los valores laminares de Stokes, producto de la turbulencia transitoria en la pared y la influencia de las paredes entre si. En los gráficos espacio-tiempo se puede comprobar que existen zonas en las que el máximo local de velocidad no corresponde con el corte total nulo, dando lugar a regiones con producción de energía cinética turbulenta negativa. Finalmente, son evidentes las regiones de rápido crecimiento del corte viscoso al producirse el desprendimiento de la capa límite.

Al observar los gráficos espacio-tiempo correspondientes a la energía cinética turbulenta (TKE) y los componentes de la ecuación de balance de la misma (*TKE budget*) se observan una serie de comportamientos en común. En primer lugar, adimensionalizando con la velocidad de corte máxima durante el ciclo, se tiene que el pico correspondiente a la segunda mitad del ciclo de oscilación disminuye al aumentar la componente de correntada, desapareciendo completamente para  $\alpha \geq 0.05$ . Por su parte el primer pico, correspondiente a la primera mitad del ciclo, abarca un mayor número de fases al aumentar la correntada. Finalmente, exceptuando para la disipación viscosa, los máximos se presentan a la misma altura dentro del canal para todos los casos simulados. Si en cambio se utiliza la velocidad de corte por fase para adimensionalizar se observa entonces que el comportamiento para  $\alpha = 0.005$  a  $0.015$  ( $a_{uc} = 10$  a  $2.8$ ) es similar entre sí para todos los componentes del balance de TKE, siendo a su vez similares al caso puramente oscilatorio. Sin embargo, de  $\alpha = 0.05$  a  $0.1$  ( $a_{uc} = 1$  a  $0.78$ ) las fases para las cuales las propiedades divergen, *i.e.* cuando la velocidad de corte es nula, se acercan entre si y para el resto del ciclo de oscilación lejos de estas fases se observan en los gráficos bandas horizontales con poca dependencia temporal, asemejándose al caso estacionario. En el caso particular de  $\alpha = 0.2$  ( $a_{uc} = 0.52$ ) presenta un comportamiento cuasiestacionario donde la influencia temporal es pequeña para el ciclo entero, especialmente para la producción de TKE.

Particularmente, los gráficos de TKE presentan valores pequeños para todo el ciclo alejado de las zonas de generación de turbulencia, correspondiendo con la turbulencia transitoria presente. Los gráficos de producción muestran regiones de producción negativa para todos los casos salvo el de  $\alpha = 0.2$ . El transporte, adimensionalizado

con la velocidad de corte por fase, presenta un primer cruce por cero para una altura constante en todo el ciclo de oscilación en el caso de  $\alpha = 0.2$ .

Analizando los perfiles de las componentes del balance de TKE para fases seleccionadas y viendo los perfiles de velocidad para las mismas se puede deducir la existencia de una capa de corte dentro del canal, para los casos donde la oscilación es importante. Finalmente, en la evolución temporal para distintas alturas dentro del canal de las componentes del balance de TKE se puede ver que para valores de  $\alpha$  mayores a 0.05 no se presenta ningún máximo local para la segunda mitad del ciclo de oscilación. Además, al aumentar la componente de correntada el atraso de las evoluciones cerca del centro del canal respecto a las cercanías de la pared disminuye.

De los resultados anteriores se puede interpretar que para valores de  $\omega^+$  menores a 0.0005 el flujo se puede modelar de manera cuasiestacionaria, calculando las propiedades relevantes en cada fase utilizando la velocidad de corte correspondiente, siempre que esta última no presente una reversión durante el ciclo. Es importante aclarar que  $a_{uc} < 1$  no implica necesariamente que esto se cumpla, ya que en nuestras simulaciones el corte en la pared cruza por cero incluso para  $a_{uc} = 0.78$ . Para valores de  $a_{uc}$  mayores a 2.8, para las frecuencias  $\omega^+$  simuladas, el comportamiento se puede modelar como el caso puramente oscilatorio con una disminución de las propiedades del flujo en el hemicycle para el cual la correntada es desfavorable. Los casos de transición presentan una suma de los comportamientos oscilatorios y cuasiestacionarios. Sin embargo, para el hemicycle de oscilación con correntada favorable las propiedades del flujo se asemejan a las del caso cuasiestacionario.

En el futuro sería favorable realizar simulaciones para valores de  $Re_\omega$  mayores, garantizando turbulencia durante todo el ciclo de oscilación. Principalmente, se esperan valores del corte en la pared mayores y por ende comportamientos cuasiestáticos para valores de  $\alpha$  menores al visto en el presente trabajo ( $\alpha = 0.2$ ).

# Bibliografía

- [1] Perillo, M. M., Best, J. L., Garcia, M. H. A new phase diagram for combined-flow bedforms. *Journal of Sedimentary Research*, **84** (4), 301–313, apr 2014.
- [2] Felli, M., Falchi, M. Propeller wake evolution mechanisms in oblique flow conditions. *Journal of Fluid Mechanics*, **845**, 520–559, apr 2018.
- [3] Merzari, E., Obabko, A., Fischer, P., Halford, N., Walker, J., Siegel, A., *et al.* Large-scale large eddy simulation of nuclear reactor flows: Issues and perspectives. *Nuclear Engineering and Design*, **312**, 86–98, feb 2017.
- [4] Amos, C., Bowen, A., Huntley, D., Lewis, C. Ripple generation under the combined influences of waves and currents on the canadian continental shelf. *Continental Shelf Research*, **8** (10), 1129–1153, oct 1988.
- [5] Uchida, S. The pulsating viscous flow superposed on the steady laminar motion of incompressible fluid in a circular pipe. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik (ZAMP)*, **7** (5), 403–422, 1956.
- [6] Ramaprian, B. R., Tu, S. W. Fully developed periodic turbulent pipe flow. part 2. the detailed structure of the flow. *Journal of Fluid Mechanics*, **137**, 59, dec 1983.
- [7] Tardu, S. F., Binder, G., Blackwelder, R. F. Turbulent channel flow with large-amplitude velocity oscillations. *Journal of Fluid Mechanics*, **267**, 109, may 1994.
- [8] He, S., Jackson, J. An experimental study of pulsating turbulent flow in a pipe. *European Journal of Mechanics - B/Fluids*, **28** (2), 309–320, mar 2009.
- [9] Papadopoulos, P., Vouros, A. Pulsating turbulent pipe flow in the current dominated regime at high and very-high frequencies. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, **58**, 54–67, apr 2016.
- [10] Scotti, A., Piomelli, U. Numerical simulation of pulsating turbulent channel flow. *Physics of Fluids*, **13** (5), 1367–1384, may 2001.

- 
- [11] Manna, M., Vacca, A., Verzicco, R. Pulsating pipe flow with large-amplitude oscillations in the very high frequency regime. Part1: Time-averaged analysis. *Journal of Fluid Mechanics*, **700**, 246–282, apr 2012.
- [12] Manna, M., Vacca, A., Verzicco, R. Pulsating pipe flow with large-amplitude oscillations in the very high frequency regime. Part 2. Phase-averaged analysis. *Journal of Fluid Mechanics*, **766**, 272–296, feb 2015.
- [13] Lodahl, C. R., Sumer, B. M., Fredsøe, J. Turbulent combined oscillatory flow and current in a pipe. *Journal of Fluid Mechanics*, **373**, 313–348, oct 1998.
- [14] Mao, Z., Hanratty, T. J. Influence of large-amplitude oscillations on turbulent drag. *AIChE Journal*, **40** (10), 1601–1610, oct 1994.
- [15] Weng, C., Boij, S., Hanifi, A. Numerical and theoretical investigation of pulsatile turbulent channel flows. *Journal of Fluid Mechanics*, **792**, 98–133, feb 2016.
- [16] Sundstrom, L. R. J., Mulu, B. G., Cervantes, M. J. Wall friction and velocity measurements in a double-frequency pulsating turbulent flow. *Journal of Fluid Mechanics*, **788**, 521–548, jan 2016.
- [17] Panton, R. L. Incompressible Flow. 4<sup>a</sup> ed<sup>ón</sup>. John Wiley and Sons, Inc, 2013.
- [18] Pope, S. B. Turbulent Flows. 1<sup>a</sup> ed<sup>ón</sup>. Cambridge University Press, 2000.
- [19] Wilcox, D. C. Turbulence Modeling for CFD. 3<sup>a</sup> ed<sup>ón</sup>. D C W Industries, 2006.
- [20] Kim, J., Moin, P., Moser, R. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, **177**, 133, apr 1987.
- [21] Jensen, B. L., Sumer, B. M., Fredsøe, J. Turbulent oscillatory boundary layers at high Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, **206**, 265, sep 1989.
- [22] Akhavan, R., Kamm, R. D., Shapiro, A. H. An investigation of transition to turbulence in bounded oscillatory Stokes flows. Part 2. Numerical simulations. *Journal of Fluid Mechanics*, **225**, 423, apr 1991.
- [23] Vittori, G., Verzicco, R. Direct simulation of transition in an oscillatory boundary layer. *Journal of Fluid Mechanics*, **371**, 207–232, sep 1998.
- [24] Pedocchi, F., Cantero, M. I., García, M. H. Turbulent kinetic energy balance of an oscillatory boundary layer in the transition to the fully turbulent regime. *Journal of Turbulence*, **12**, N32, jan 2011.
- [25] Stokes, G. G. On the effect of the internal friction of fluids on the motion of pendulums. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, **9**, 8, 1851.

- 
- [26] Ramaprian, B. R., Tu, S.-W. An experimental study of oscillatory pipe flow at transitional Reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, **100** (03), 513, oct 1980.
- [27] Ronneberger, D., Ahrens, C. D. Wall shear stress caused by small amplitude perturbations of turbulent boundary-layer flow: an experimental investigation. *Journal of Fluid Mechanics*, **83** (03), 433, dec 1977.
- [28] Binder, G., Kueny, J. L. Measurements of the periodic velocity oscillations near the wall in unsteady turbulent channel flow. En: Turbulent Shear Flows 3, págs. 6–17. Springer Berlin Heidelberg, 1982.
- [29] Mao, Z.-X., Hanratty, T. J. Studies of the wall shear stress in a turbulent pulsating pipe flow. *Journal of Fluid Mechanics*, **170**, 545, sep 1986.
- [30] Pedocchi, F., Cantero, M., García, M. Direct numerical simulation of transitional Stokes boundary layer. En: Proceedings of the Second International Symposium on Shallow Flows (ISSF), págs. 10–12. 2008.
- [31] Canuto, C., Hussaini, M. Y., Quarteroni, A., Zang, T. A. Spectral Methods in Fluid Dynamics. Springer Berlin Heidelberg, 1988.
- [32] Cantero, M. I., Balachandar, S., Garcia, M. H. High-resolution simulations of cylindrical density currents. *Journal of Fluid Mechanics*, **590**, oct 2007.
- [33] Chorin, A. J. Numerical solution of the navier-stokes equations. *Mathematics of Computation*, **22** (104), 745–745, 1968.
- [34] Salinas, J. S. Modelado y Simulación de Corrientes de Gravedad con Efectos de Rotación. mathesis, 2014.
- [35] Blackwelder, R. F., Haritonidis, J. H. Scaling of the bursting frequency in turbulent boundary layers. *Journal of Fluid Mechanics*, **132**, 87, jul 1983.

# Agradecimientos

Hace dos años y medio escribía, en una madrugada después de muchas horas sin dormir, los agradecimientos en mi Proyecto Integrador de Ingeniería Mecánica. En aquel momento daba gracias a todas las personas que me ayudaron a llegar hasta ese lugar, y ahora tengo que hacer lo mismo con las personas que me permitieron llegar a ser magíster. Por cierto, una amiga que estudia latín me contó que la pronunciación original es [ma'gis.ter], no [maxis.ter] como siempre decimos. Todos los días se aprende algo nuevo.

Volviendo a los agradecimientos, la familia siempre es lo primero, así que agradezco especialmente a mi madre por nunca dejar de apoyarme. Cuando me dijo, hace una eternidad, que cada año de educación es un escalón que debo subir para llegar a la meta de mi vida, ¡no creo que se haya imaginado que iban a ser tantos escalones!. A mi abuelo, por estar siempre orgulloso de su nieto. A Julieta, por quererme a pesar de todo. A mis amigos, por siempre lograr distraerme con algún comentario en un grupo de Whatsapp y por acompañarme con ~~esas cervezas~~ esos cafés tan necesarios. A Francisco, por tolerar lo molesto que puedo llegar a ser como compañero de oficina. A Mecom en general, por ser un excelente lugar de trabajo. Y por último, si bien no menos importante (quizás lo más importante), a Mariano, por haber sido un excelente director en todas las formas posibles. Le agradezco todas sus enseñanzas, las oportunidades que me brindó y sigue brindando, y por la gran paciencia que me tuvo.

En estos momentos en que termino una etapa ya me encuentro comenzando otra, mi doctorado. Solo me queda esperar a que el viento continúe siendo favorable y en unos años tenga que volver a escribir una página de agradecimientos, aunque esperemos que haya madurado y logre escribir algo más formal. No prometo nada. Finalmente, hace unos años le agradecía a mi cafetera, pero hoy me parece más apropiado agradecerle al café en general y a su primo el mate, la vida sería muy difícil sin ellos.